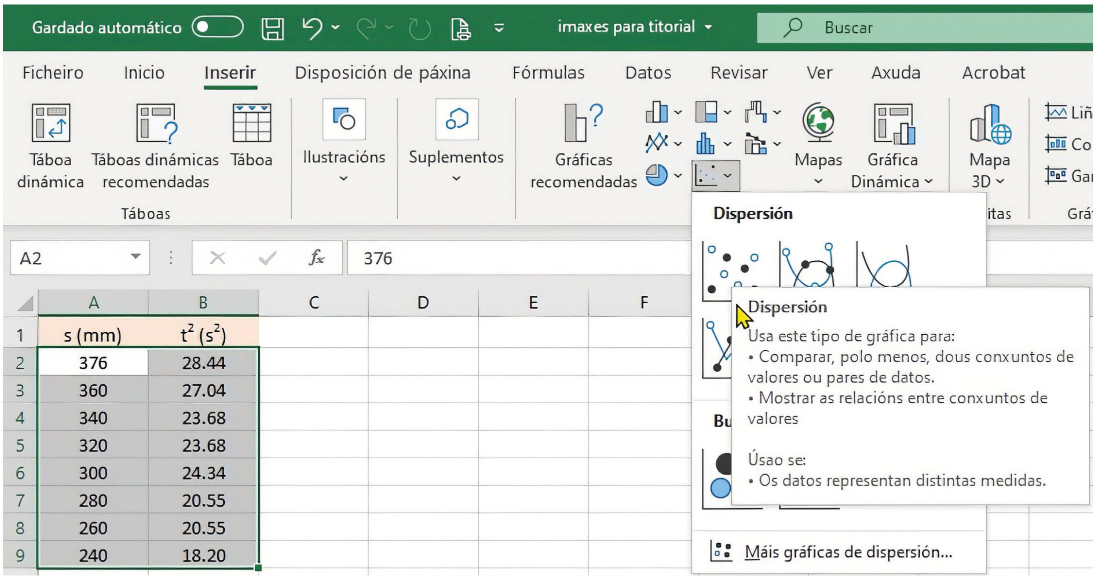
PRÁCTICAS NUN LABORATORIO DE FÍSICA
gráficas, axustes e extracción de información

Pilar Brocos (Departamento de Física Aplicada)

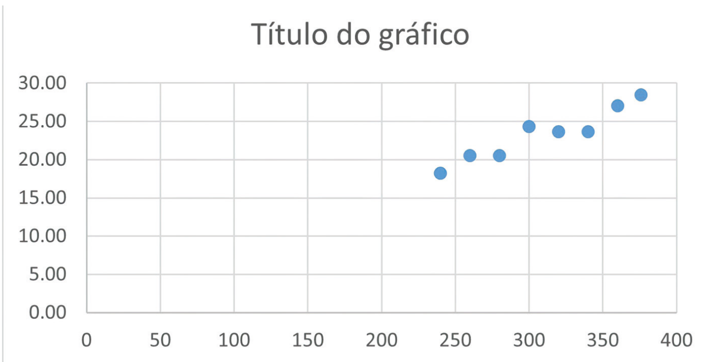
1. Como realizar gráficas e axustes por mínimos cadrados

- Imos usar como exemplo datos dunha práctica básica de mecánica como é a roda de Maxwell. Pídese representar graficamente a distancia ***s*** percorrida polo eixe da roda **fronte ao** tempo ao cadrado, ***t*²**. Ollo! Isto significa que ***s*** debe estar no eixe de ordenadas (y) e ***t*²** no eixe de abscisas (x). Nunha folla de cálculo facemos a táboa (neste titorial imos empregar Microsoft Excel 365).
- A continuación seleccionamos as dúas columnas (só os números, sen as cabeceiras) e inserimos un gráfico tipo **dispersión**, **cos puntos sen unir**.



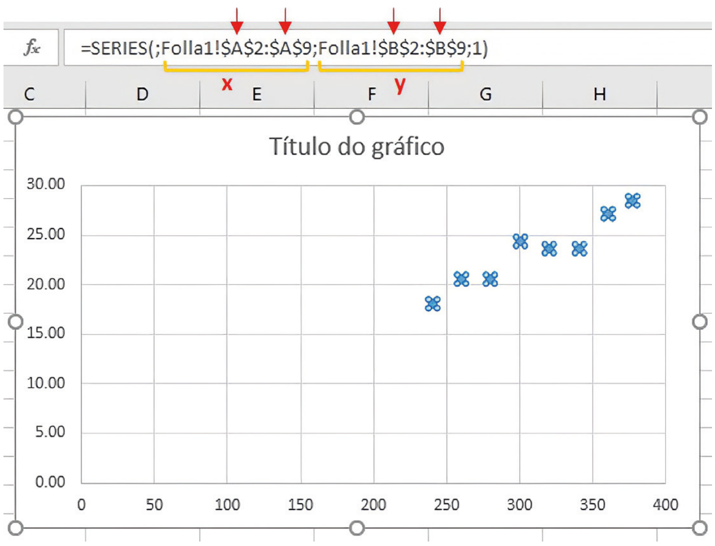
- Obtemos así a seguinte gráfica:

  Observade que esta non é a representación buscada, xa que ***s*** está no eixe de abscisas e ***t*²** no de ordenadas, ao contrario do que se pedía. Isto acontece porque, por defecto, a folla de cálculo considera que o que figura na 1ª columna son as coordenadas x e o que está na 2ª columna son as y.



- Solución máis simple:

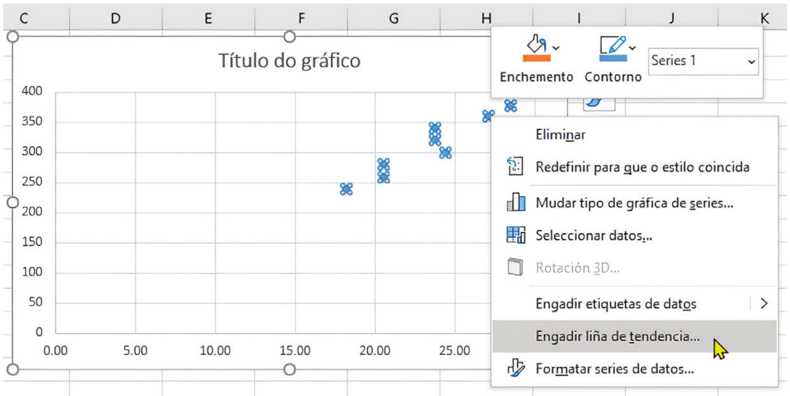
  Seleccionamos co rato a **serie de datos** sobre a gráfica e fixámonos na información que se amosa na barra de fórmulas.



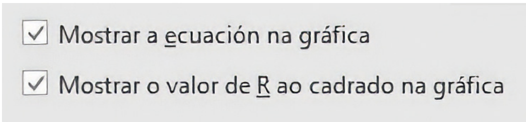
Para modificala, colocamos o cursor sobre ela; onde aparece **A** escribimos **B**, e viceversa. Logo prememos a tecla de retorno e xa temos a gráfica desexada!

Só nos queda poñela presentable (tal e como está non o é!) e facer o axuste por mínimos cadrados.

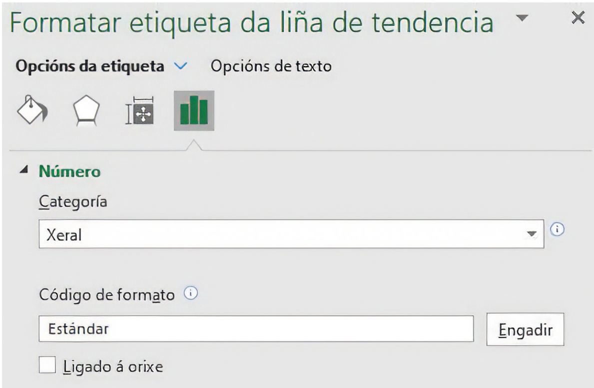
- Para realizar o axuste seleccionamos de novo a serie de datos sobre a gráfica, prememos o **botón dereito** do rato e eliximos "Engadir liña de tendencia":



No cadro de diálogo que aparece, marcamos axuste de tipo **linear** (porque esa é a tendencia observada nos nosos datos) e tamén lle pedimos que nos presente no gráfico tanto a ecuación de axuste como o valor do coeficiente de regresión.

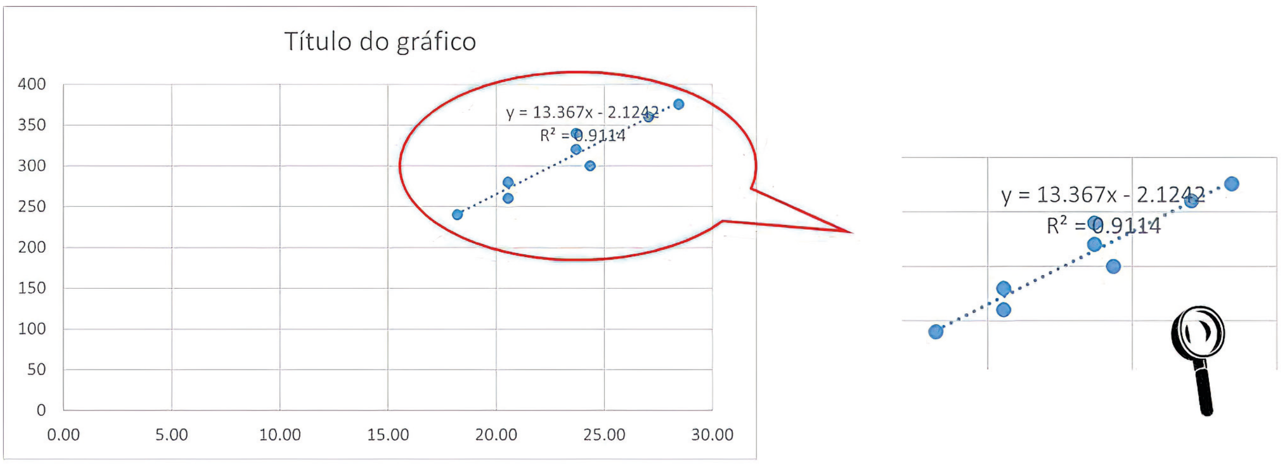


Ollo! Este coeficiente deberá ser en xeral **un número menor que 1**. Ás veces acontece que nos dá exactamente 1, porque non se amosa na pantalla un número suficiente de cifras decimais. Cando pase isto, deberemos seleccionar co rato o cadro de texto da ecuación de axuste. Entón, na marxe dereita da pantalla aparecerá un menú que nos permitirá escoller a *categoría* dese texto contido no cadro. Por defecto, figurará a categoría "xeral", como se ve na imaxe da dereita.

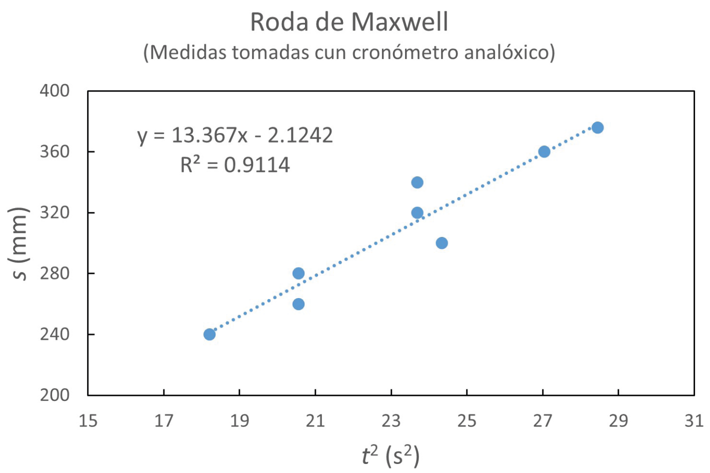


Só teremos que elixir unha categoría máis axeitada, que dependendo do caso podería ser a de "número" ou a "científica". Unha vez feito isto, xa se nos ofrecerá a opción de escoller o número de decimais que queremos amosar. A idea é ir subindo ese número até que o 1 se transforma en 0.9...

- Continuando co noso exemplo, a seguinte imaxe mostra exactamente o que obtemos tras realizar o axuste. Observade que a gráfica ten polo de agora un aspecto moi pouco atractivo:



- Tras 5-10 minutos de arranxos para mellorar a estética (animovos a que exploredes as opcións do programa para aprenderdes a facelo) obtemos algo como isto:



Puntos que se deben revisar para deixar lista unha gráfica:

- o Ten un título.
- o Cada eixe ten tamén o seu título, coas correspondentes unidades.
- o O cadro de texto da ecuación de axuste non se superpón aos puntos (como pasaba arriba).
- o Non hai díxitos superfluos nos rótulos das escalas (coma no eixe x do noso exemplo, onde sobraban os 2 decimais).
- o Tampouco hai ningún eixe que teña un número de divisións excesivo (o que faría que os rótulos numéricos se percibisen amoreados).
- o As escalas dos 2 eixes están axustadas de xeito que os datos queden centrados e ocupen boa parte do espazo (sen deixar grandes zonas baleiras).
- o (Opcional) A grella que aparece por defecto cubrindo a área interior da gráfica foi substituída por simples marcas divisorias nos eixes (dirixidas cara ao interior), de xeito que a imaxe se percibe máis "limpa".

2. Como analizar un axuste e extraer información del

- O primeiro que temos que ter claro é por que facemos axustes: Un axuste permítenos **extraer información do conxunto de datos de forma global**, de tal xeito que o resultado é moito máis fiable que se utilizásemos un só dato individual.
- No exemplo que usamos neste titorial (práctica da roda de Maxwell) representamos *s* fronte a t^2 porque nos interesa comparar a ecuación de axuste experimental coa ecuación teórica da roda.

Ecuación teórica: $$s(t) = \frac{1}{2}\,\frac{m\,g}{m + \frac{I_z}{r^2}}\,t^2$$

Ecuación de axuste: $y = 13.367x - 2.1242$

O noso obxectivo é calcular o momento de inercia da roda (I_z), coñecidas a súa masa e mais o raio do seu eixe. Mirando para a ecuación teórica, está claro que se substituímos nela un par de datos (t^2, *s*) tomados da nosa táboa experimental, poderiamos sacar I_z doadamente, sen máis que despexar. Pero como diciamos no punto anterior, isto daríanos un valor do momento de inercia moi pouco fiable! Xamais procederemos así!

- Antes de nada, cómpre realizar unha **análise dimensional** da ecuación de axuste e responder a seguinte pregunta: **Que unidades ten cada un dos coeficientes de axuste?**

  Nunha recta y = ax + b, **x** e **y** son as variables, mentres que **a** e **b** son os coeficientes. Se coñezo as unidades das variables, facendo análise dimensional podo obter con facilidade as unidades dos coeficientes. Para realizar tal análise debo ter moi clara a seguinte regra:

  > En física, sumamos peras con peras para dar peras. Nunca sumamos mazás con peras para dar laranxas. Dito doutro xeito, nunha suma (ou resta, que para estes efectos vén ser o mesmo), **tanto os sumandos como o resultado da suma deben ter as mesmas unidades.**

  Volvemos escribir a ecuación de axuste e anotamos as unidades das variables:

  Ecuación de axuste: $\underset{\text{mm}}{y} = 13.367\,\underset{s^2}{x} - 2.1242$

  1º sumando: **13.367·x**

  2º sumando: **2.1242**

  Resultado da suma: **y**

  Estes 3 elementos deben ter as mesmas unidades.

  Entón, como sabemos que y está en mm, as unidades do coeficiente 2.1242 tamén deberán ser **mm**.

  E o mesmo aplícase ao 1º sumando, que é o produto 13.367·x

  Xa que logo, só nos queda por analizar ese produto:

  $$\overbrace{13.367\cdot \underset{s^2}{x}}^{\text{mm}}$$

  Despexando, sáenos que o coeficiente 13.367 ten unidades de **mm/s²**.

- A continuación, comparando a ecuación de axuste coa teórica, imos ver que representa cada coeficiente.

Ecuación teórica: $$s(t) = \boxed{\frac{1}{2}\,\frac{m\,g}{m + \frac{I_z}{r^2}}}\,t^2$$ ¿...?

Ecuación de axuste: $y = \boxed{13.367}\,x - \boxed{2.1242}$

Está claro que a pendente 13.367 é todo o factor que multiplica a t^2 na ecuación teórica. Isto permítenos igualalos e a partir de aí obter a información desexada (valor do momento de inercia I_z), como veremos con detalle no seguinte punto.

Pero quen é o termo independente 2.1242? Na ecuación teórica non aparece un segundo sumando! Isto é o mesmo que dicir que o termo independente na ecuación de axuste debería valer cero (xa que na ecuación teórica non existe!). Entón, por que non vale cero? Combínanse varias razóns:

- No comportamento da nosa roda de Maxwell pode haber factores que non se tiveron en conta na ecuación teórica (abaneo ao caer, rozamento co aire, enrolamento dos fíos pouco uniforme, etc.)
- Erros experimentais na medición de *s* e *t*.

Fixádevos que estamos a falar dunha desviación (con respecto ao cero esperado) de pouco máis de 2 mm, que non é gran cousa en relación ao desprazamento do centro de masas da roda durante os diversos experimentos realizados (entre 240 e 380 mm). Así, esa desviación con respecto ao comportamento esperado representa menos do 1 % dun desprazamento calquera da nosa serie. Semella pois un erro bastante razoable que non nos debe preocupar.

- Finalmente, imos ver como se extrae información da ecuación de axuste para acadar o noso obxectivo.

Antes de proceder a igualar a pendente da recta de axuste co factor que multiplica a t^2, debemos expresar ese coeficiente no S.I. → 13.367 **mm/s**^{2} = 13.367·10^{-3} **m/s**^{2}.

$$13.367\cdot10^{-3} = \frac{1}{2}\,\frac{m\,g}{m + \frac{I_z}{r^2}}$$

Sabendo que a roda ten unha masa m = 437 g = 0.437 kg e que o raio r do seu eixe mide 3 mm = 0.003 m, só nos quedaría operar para despexar I_z (que para a serie de datos analizada resulta ser 0.00144 kg·m^2).

- Agora, para practicar, estimade o momento de inercia da roda a partir da ecuación de axuste da seguinte gráfica:

Fixádevos que neste caso temos t^2 no eixe **y** e *s* no eixe **x** (tal e como saía por defecto no Excel ao facer a gráfica).

Pista: Haberá que despexar t^2 na ecuación teórica, para poder comparala con esta ecuación de axuste! Non esquezades expresar a pendente da recta no S.I.

(Resultado: I_z = 0.00131 kg·m^2)