

A mecánica é unha parte da física que estuda o comportamento da materia baixo a acción dun sistema de forzas. Este documento vaise enfocar cara a sistemas de partículas ríxidas e macroscópicas, cunha estrutura imposible de modificar. Pódese destruír, pero a única modificación que admite é a cinemática. O estado cinemático pódese caracterizar sempre polas variables r e t , posición e tempo respectivamente. Este documento presenta os modelos cinemáticos e dinámicos que permiten caracterizar o desprazamento no espazo da materia configurada como un sistema de partículas. Enfocarase nun sistema específico denominado **sólido ríxido** e aplicarase a sistemas macroscópicos.

Coñecementos previos. Álgebra vectorial. Vector. Ecuación vectorial. Compoñentes cartesianas dun vector. Proxección dun vector sobre un eixe. Suma vectorial. Produto dun escalar por un vector. Produto escalar. Produto vectorial. Momento dun vector respecto a un punto. Forza resultante. Momento resultante. Cálculo diferencial.

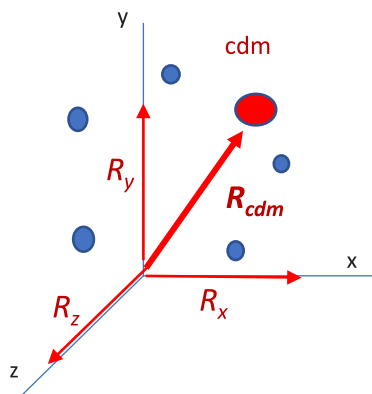
1. Sistemas de partículas

Definición. Modelo de sistema físico formado por puntos materiais distribuídos polo espazo.

Clasificación

Discreto

(conxunto finito de puntos materiais)



Como se calcula R_{cdm} ?

$$R_{cdm} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \cdot r_i}{M} = \frac{1}{M} (m_1 \cdot r_1 + m_2 \cdot r_2 + m_3 \cdot r_3 + \dots + m_n \cdot r_n)$$

$$M = \sum_{i=1}^n m_i = m_1 + m_2 + m_3 + \dots + m_n$$

m_i = masa de cada partícula

r_i = vector de posición de cada partícula

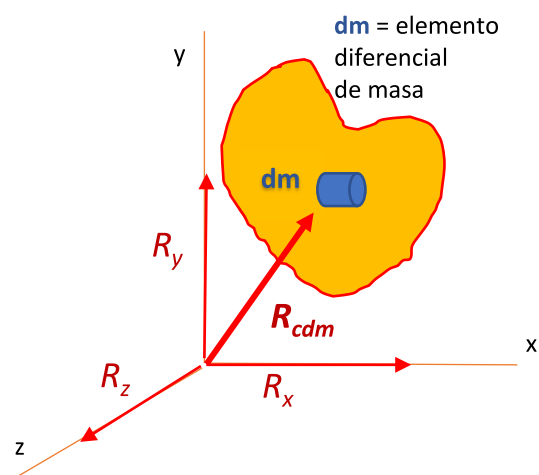
M = masa total do sistema

Máis info: <http://ir.gl/sistema-particulas>

Sempre é posible situar nestes sistemas un punto onde se supón que se concentra toda a masa deles: o **centro de masas**, cdm . Pódese situar no sistema de partículas mediante un vector de posición R_{cdm}

Continuo

(distribución continua de partículas)



Como se calcula R_{cdm} ?

$$R_{cdm} = \frac{1}{M} \int r dm$$

Nota: As ecuacións que definen R_{cdm} dependen de se o sistema de partículas é discreto ou continuo.

Un vector de posición sitúa un punto no espazo respecto á orixe de coordenadas dun sistema de referencia cartesiano. É igual á suma de cada unha das compoñentes cartesianas dese vector: $R = R_x i + R_y j + R_z k$

2. Sólido ríxido

Definición. Sistema de partículas continuo que ten como **característica definitoria** que a *distancia entre as partículas* que o constitúen permanece sempre constante e invariable no tempo.

Movements principais: *translación, rotación e rodadura.*

3. Movement de translación

3.1. Cinemática do movement de translación

A cinemática estuda o movement de corpos sen considerar as súas causas.

A cinemática de translación implica o cálculo de tres magnitudes físicas: *posición, velocidade e aceleración*.

As tres son magnitudes vectoriais que derivan dun vector de posición r .

No sólido ríxido, a súa velocidade e aceleración calcúlanse a partir do vector de posición do centro de masas, R_{cdm} .

$$V_{cdm} = dR_{cdm}/dt;$$

$$a_{cdm} = dV_{cdm}/dt$$

Vector *velocidade* tanxente á traxectoria. É igual á derivada dun vector de posición respecto ao tempo. Unidades no SI: m/s.

Vector *aceleración*. Responsable dos cambios no módulo da velocidade. Tanxente á traxectoria no movement de translación. Unidades no SI: m/s²

Propiedades da translación dun sólido ríxido

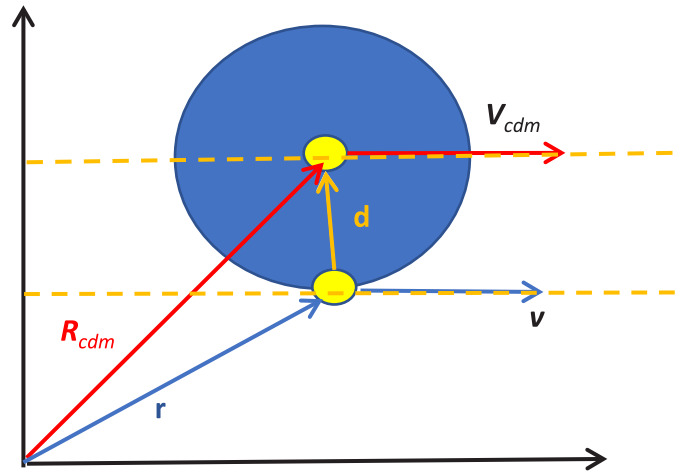
Como a **distancia entre as súas partículas é constante**, a velocidade á que se despraza cada unha delas é a mesma. O sólido ríxido pode considerarse como unha única partícula cando se traslada no espazo, posto que todas as partículas que o forman desprázanse á velocidade do seu cdm.

Demostración

$$R_{cdm} = r + d$$

$$\frac{dR_{cdm}}{dt} = \frac{dr}{dt} + \frac{dd}{dt} = 0$$

$$V_{cdm} = v$$



Nunha translación a traxectoria do sólido é unha recta e as magnitudes cinemáticas que a definen son tanxentes a esa recta.

3.2. Dinámica do movement de translación

A dinámica considera as causas do movement.

A causa dos cambios no estado de repouso ou movement dun corpo é unha magnitude vectorial chamada **forza**. A súa unidade no SI é o newton. Un sistema de partículas sempre está baixo a acción dun sistema de forzas externas e internas.

3.2.1 MAGNITUDES FÍSICAS IMPLICADAS NA DINÁMICA DE TRANSLACIÓN:

Forzas externas

Forza de rozamento
 $F_R = \mu N$
 $\mu =$ coeficiente dinámico de rozamento

Momento lineal
 $P = M \cdot V_{cdm}$
 Vector igual ao produto da masa total, M, do sólido ríxido polo vector velocidade do cdm.
 Unidade SI: kg·m/s

Peso: P = mg Medida da forza gravitatoria que actúa sobre un obxecto

Reacción ao peso

Sistema corpo-superficie
 N Forza Normal
 P

Sistema corda-corpo
 T Tensión
 P

Traballo, W Magnitude escalar igual á integral de liña do produto escalar da forza polo desprazamento.

Energía cinética (magnitude escalar)
 Unidade SI: joule $E_c = 1/2MV^2_{cdm}$

Energía potencial (magnitude escalar)
 Unidade SI: joule
 $U = Mgh$

Energía calorífica (magnitude escalar)
 Unidade SI: joule.
 $dW_R = F_R \cdot ds$

$$\int_A^B dW = \int_A^B F \cdot ds$$

Unidade no SI: joule

3.2.2 PRINCIPIOS FÍSICOS QUE REXEN A DINÁMICA DE TRANSLACIÓN

- Primeira lei de Newton ou principio de inercia
- Segunda lei de Newton: $\Sigma \mathbf{F}_{ext} = M \mathbf{a}_{cdm}$
- Terceira lei de Newton ou principio de acción e reacción
- Principio de conservación do momento lineal: $\frac{d\mathbf{P}}{dt} = \Sigma \mathbf{F}_{ext}$
- Teorema das forzas vivas: $W = \Delta E_c$
- Principio de conservación de enerxía
 - A enerxía nin se crea nin se destrúe, transfórmase.
 - Na dinámica de translación consérvase a enerxía mecánica: $E_m = E_c + U$
 - Se actúan forzas de rozamento consérvase a enerxía total = $E_c + U + W_r$.
 - Onde: $dW_r = \mathbf{F}_r \cdot d\mathbf{s}$

Nota: O sumatorio das **forzas internas** que manteñen unidas as partículas dun sólido ríxido é cero por acción da terceira lei de Newton. En consecuencia, só o sumatorio das **forzas externas** (forza resultante) é responsable da aceleración (ecuación da segunda lei de Newton).

Máis info: <http://ir.gl/dinamicaunhapartícula>

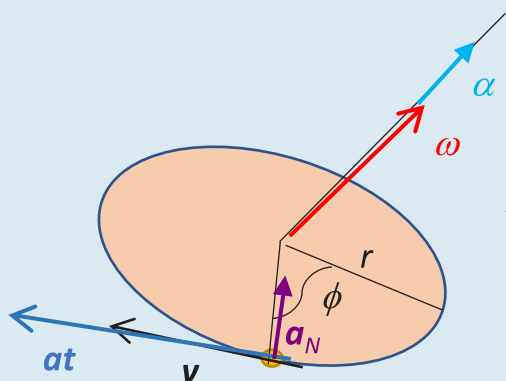
4. Movemento de rotación

Un sólido ríxido xira cando todas as súas partículas describen traxectorias circulares arredor dun eixe.

4.1 Cinemática do movemento de rotación

Movemento circular. O movemento circular non se pode resolver só coas magnitudes tanxenciais da translación. Este movemento explícase con magnitudes físicas angulares relacionadas coas tanxenciais.

Magnitudes angulares do movemento circular



Φ = **ángulo de fase.** Ángulo varrido polo raio da circunferencia descrita pola partícula dun sólido ríxido nun intervalo de tempo dado.

Unidades SI: radián

ω = **velocidade angular** = $d\Phi/dt$ (derivada do ángulo respecto ao tempo). Unidades SI: rad/s

α = **aceleración angular** = $d\omega/dt$ (derivada da velocidade angular respecto ao tempo). Unidades SI: Rad/s²

r = **raio da circunferencia**

A aceleración ten dúas compoñentes intrínsecas:

a_t = aceleración tanxencial = $d\mathbf{v}/dt$ (\mathbf{v} é o vector velocidade tanxencial);

a_N = aceleración normal = v^2/r (v^2 é o módulo da velocidade tanxencial)

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_N^2}$$

Relación entre as ecuacións cinemáticas do movemento circular

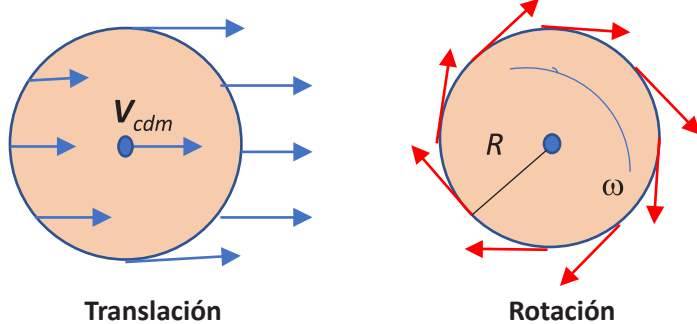
Tanxencial	Angular	Relación
$s = s_0 + vt$	$\phi = \phi_0 + \omega \cdot t$	$v = \omega r$
$v = v_0 + at$	$\omega = \omega_0 + \alpha t$	$a_t = \alpha r$
$s = s_0 + v_0 t + 1/2 at^2$	$\phi = \phi_0 + \omega_0 t + 1/2 \alpha t^2$	$s = r \phi$
$v^2 = v_0^2 + 2as$	$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha \phi$	$a_N = V^2/R$

Onde S é o arco da circunferencia descrita.

Mais info: <http://ir.gl/movemento-circular>

4.2 Dinámica do movemento de rotación

No movemento de rotación, as partículas do sólido non se desprazan ao longo da traxectoria circular á mesma velocidade tanxencial nun intre dado. Por ese motivo, o modelo do centro de masas aplicado á translación do sólido ríxido, non é válido para desenvolver a dinámica de rotación.



No movemento de rotación, todas as partículas do sólido ríxido móvense á mesma velocidade e aceleración angular. Por este motivo a dinámica de rotación resólvese en función das magnitudes angulares do movemento circular.

4.2.1 MAGNITUDES FÍSICAS DA DINÁMICA DE ROTACIÓN

4.2.1.1 Momento, M , resultante dun sistema de forzas.

É o momento das forzas respecto a un punto do sólido, o factor causal da rotación:

$M = r \times F$; $M_R = \Sigma M_i$ O momento resultante, M_R , é a suma dos momentos de cada unha das forzas. Unidades SI: N·m
<http://ir.gl/momento>

4.2.1.2 Momento de inercia : $I = \int r^2 \cdot dm$

Medida da distribución da masa do sólido ríxido respecto ao eixe de xiro. Unidades SI: kg·m²

Magnitude de cálculo imprescindible na rotación, que pode resultar moi complexa e require especial atención:
<http://ir.gl/inercia>

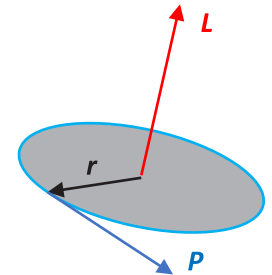
4.2.1.3 Momento angular:

$$L = r \times P$$

Produto vector entre o momento lineal, P , dun punto do sólido e a súa distancia, r , respecto ao eixe de xiro, de módulo $L = I \omega$.

Unidades SI: kg m²/s

<http://ir.gl/momento-angular>



4.2.2 PRINCIPIOS FÍSICOS DA DINÁMICA DE ROTACIÓN DO SÓLIDO RÍXIDO

- Principio de conservación de P: $\frac{dP}{dt} = \Sigma F_{ext}$
- Principio de conservación de enerxía (Enerxía cinética de rotación: $E_{CR} = \frac{1}{2} I \omega^2$)
- Principio de conservación do momento angular: $dL/dt = \Sigma M$
- Ecuación fundamental de rotación: $\Sigma M = I \cdot \alpha$

<http://ir.gl/solido-rixido>

5. Movemento de rodadura

É a combinación do movemento de rotación e translación sen esvaramento.

Ecuacións	Translación	Rotación
Ec. dinámica	$\Sigma F = M a_{CM}$	$\Sigma M = I \cdot \alpha$
Conservación momento lineal	$\Sigma F = \frac{dP}{dt}$	$\Sigma F = \frac{dP}{dt}$
Conservación momento angular		$\Sigma M = dL/dt$
Enerxía cinética	$E_{C_t} = \frac{1}{2} M V_{cdm}^2$	$E_{C_R} = \frac{1}{2} I \omega^2$
Momento lineal	$P = M V_{cdm}$	$P = m v$
Momento angular		$L = r \times P$

Un sólido ríxido roda sen esvarar cando o desprazamento do cdm coincide co arco da circunferencia varrida polo seu raio:

$$V_{cdm} = ds/dt; ds = r \cdot d\phi$$

$$V_{cdm} = r \cdot d\phi / dt; V_{cdm} = r \cdot \omega$$

$$a_{cdm} = r \cdot \alpha$$

<http://ir.gl/rodaduras>

<http://ir.gl/rotacion-balance>

