

MATERIA
Percepción e Procesado de Sinais

TITULACIÓN
Grao en Robótica

unidade
didáctica
2

Procesado de sinais discretos no dominio do tempo

Marcos Boullón Magán

Área de Linguaxes e Sistemas Informáticos
Departamento de Electrónica e Computación
Facultade EPSE

unidadesdidácticas
UNIVERSIDADE DE SANTIAGO DE COMPOSTELA

Ensinaranzas Técnicas



Esta obra atópase baixo unha licenza internacional Creative Commons BY-NC-ND 4.0. Calquera forma de reprodución, distribución, comunicación pública ou transformación desta obra non incluída na licenza Creative Commons BY-NC-ND 4.0 só pode ser realizada coa autorización expresa dos titulares, salvo excepción prevista pola lei. Pode acceder Vde. ao texto completo da licenza nesta ligazón: <https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/deed.gl>

© Universidade de Santiago de Compostela, 2023

Deseño e maquetación

J. M. Gairí

Edita

Edicións USC

<https://www.usc.gal/publicacions>

DOI

<https://dx.doi.org/10.15304/9788419679727>

MATERIA: Percepción e Procesado De Sinais

TITULACIÓN: Grao en Robótica

PROGRAMA XERAL DO CURSO

Localización da presente unidade didáctica

BLOQUE I

Unidade I. Bases do procesado dixital de sinais

Operacións básicas sobre sinais

O proceso de discretización de sinais

Unidade II. Sinais discretos no dominio do tempo

Propiedades e operacións básicas con secuencias temporais

Sistemas discretos

Sistemas lineais invariantes no tempo

BLOQUE II

Unidade III. Sinais discretos no dominio da frecuencia

Series de Fourier en tempo continuo e en tempo discreto

Transformada de Fourier en tempo continuo e en tempo discreto

Transformada discreta de Fourier (DFT)

Unidade IV. Transformada Z

Transformada Z directa

Transformada Z inversa

BLOQUE III

Unidade V. Deseño de filtros

Filtros IIR

Filtros FIR

Filtros adaptativos

ÍNDICE

CONTEXTUALIZACIÓN

COMPETENCIAS E OBOJECTIVOS

- Competencias básicas
- Competencias xerais
- Competencias transversais
- Competencias específicas
- Obxectivos xerais
- Obxectivos específicos

METODOLOXÍA

- Sesións expositivas
- Sesións interactivas de laboratorio

CONTIDOS

1. Propiedades e operacións básicas con secuencias temporais
 - 1.1. Representación de secuencias discretas
 - 1.2. Secuencias básicas
 - 1.3. Definicións
 - 1.4. Operacións básicas con secuencias
 - 1.5. Enerxía e potencia
 - 1.6. Compoñentes simétricas e antisimétricas
2. Sistemas discretos
 - 2.1. Representación de sistemas discretos
 - 2.2. Clasificación
 - 2.3. Bloques básicos
 - 2.4. Interconexión de bloques básicos
3. Sistemas lineais invariantes no tempo
 - 3.1. Descomposición en impulsos unitarios
 - 3.2. Cálculo da resposta ao impulso unidade
 - 3.2.1. Cálculo da convolución
 - 3.2.2. Propiedades da convolución
 - 3.2.3. Clasificación do sistema segundo a resposta impulsional
 - 3.2.4. Correlación

3.3. Sistemas de ecuacións en diferenzas con coeficientes constantes

3.3.1. Compoñentes da resposta

3.3.2. Representación en bloques básicos

AVALIACIÓN

Alumno

Avaliación da programación

BIBLIOGRAFÍA

CONTEXTUALIZACIÓN

A unidade didáctica *Sinais discretos no dominio do tempo* forma parte da materia *Percepción e Procesado de Sinais*, do segundo curso do Grao en Robótica, segundo semestre. Ten carácter obrigatorio.

A programación didáctica da materia desenvólvese en tres grandes módulos a través de seis unidades didácticas, sendo esta a segunda unidade do primeiro bloque. As unidades están deseñadas para seren executadas en orde secuencial, xa que cada unha delas precisa dos contidos anteriores para ser comprendida e asimilada correctamente polo alumnado.

Nesta unidade vanse coñecer as características e operacións dos sistemas discretizados no tempo, con especial énfase nos sistemas lineais invariantes no tempo. Está previsto completala usando 6 horas de sesións expositivas e 4 de interactivas. Os contidos presentados aquí seguiranse estendendo e desenvolvendo noutras unidades, con novas aplicacións, ata chegar ao obxectivo último da materia: a fusión multisensorial de sinais procedentes dos sensores do robot. Con isto en mente, e para un mellor aproveitamento do tempo, recoméndase que o alumno teña cursado as unidades didácticas anteriores máis todas as materias de matemáticas do primeiro curso e de automática do segundo. Para os laboratorios, esixirase ademais un coñecemento básico da linguaxe de programación *Python*.

COMPETENCIAS E OBXECTIVOS

Das competencias listadas na planificación didáctica da materia, esta unidade traballa:

Competencias básicas

- CB1: Que os estudantes demostren posuír e comprender coñecementos nunha área de estudo que parte da base da educación secundaria xeral, e adóitase atopar a un nivel que, aínda que se apoia nos libros de texto avanzados, inclúe tamén algúns aspectos que implican coñecementos procedentes da vangarda do seu campo de estudo.
- CB2: Que os estudantes saiban aplicar os seus coñecementos ao seu traballo ou vocación dunha forma profesional e posúan as competencias que adoitan demostrarse por medio da elaboración e defensa de argumentos e a resolución de problemas dentro da súa área de estudo.
- CB3: Que os estudantes teñan a capacidade de reunirse e interpretar datos relevantes (normalmente dentro da súa área de estudo) para emitir xuízos que inclúan unha reflexión sobre temas relevantes de índole social, científica ou ética.

Competencias xerais

- CG1: Coñecemento de materias básicas e tecnoloxías, que o capacite para a aprendizaxe de novos métodos e tecnoloxías, así como que o dote dunha gran versatilidade para adaptarse a novas situacións.
- CG2: Capacidade de resolución de problemas no campo da enxeñaría robótica con creatividade, iniciativa, metodoloxía e razoamento crítico.
- CG3: Capacidade de utilizar ferramentas informáticas para o modelado, a simulación e o deseño de aplicacións de enxeñaría.

Competencias transversais

- CT1: Capacidade de análise e síntese.
- CT2: Capacidade para o razoamento e a argumentación.
- CT3: Capacidade de traballo individual, con actitude autocrítica.
- CT4: Capacidade para traballar en grupo e abarcar situacións problemáticas de forma colectiva.
- CT5: Capacidade para obter información adecuada, diversa e actualizada.
- CT6: Capacidade para elaborar e presentar un texto organizado e comprensible.
- CT7: Capacidade para realizar unha exposición en público de forma clara, concisa e coherente.
- CT8: Compromiso de veracidade da información que ofrece aos demais.
- CT9: Habilidade no manexo de tecnoloxías da información e da comunicación (TIC).
- CT10: Utilización de información bibliográfica e da internet.
- CT11: Utilización de información complementaria e/ou puntual en lingua inglesa.
- CT12: Capacidade para resolver problemas mediante a aplicación integrada dos seus coñecementos.

Competencias específicas

- CE12: Capacidade de coñecer e implementar métodos de extracción de características a partir da información percibida por cámaras e sensores 3D ao desenvolvemento de aplicacións en robots e sistemas intelixentes.
- CE16: Utilizar e implementar métodos de recoñecemento de patróns e de aprendizaxe computacional na análise de datos sensoriais e para a toma de decisións en sistemas robóticos.
- CE19: Entender e saber programar as técnicas de análise, procesado e detección de patróns nos distintos tipos de sinais procedentes de diferentes sensores e cámaras.

Obxectivos xerais

- OX1: Adquirir as bases para a análise e procesado de sinais procedentes de sensores.
- OX2: Analizar e interpretar a información contida nun sinal no dominio do tempo.
- OX3: Deseñar sistemas que transformen as secuencias temporais dos sinais.

Obxectivos específicos

- OE1: Identificar e operar con secuencias discretas temporais básicas.
- OE2: Calcular a enerxía e potencia de sinais.
- OE3: Calcular as compoñentes simétricas e antisimétricas de sinais.
- OE4: Representar os sistemas discretos como circuítos abstractos de bloques interconectados.
- OE5: Determinar o comportamento dos sistemas lineais invariantes no tempo mediante descomposición do sinal de entrada.
- OE6: Caracterizar os sistemas lineais invariantes no tempo mediante a función de reposta ao impulso unitario.
- OE7: Caracterizar os sistemas lineais invariantes no tempo mediante a descrición por ecuacións en diferenzas con coeficientes constantes.
- OE8: Calcular a convolucións de sinais.
- OE9: Calcular a correlación cruzada de sinais e a autocorrelación.

METODOLOXÍA

Os contidos da unidade didáctica impártense tanto durante as sesións expositivas como nas sesións interactivas de laboratorio.

Sesións expositivas

Durante estas sesións expónse o material atendendo ás necesidades temporais da materia e o coñecemento actual dos alumnos. O docente explica os principios teóricos e contidos fundamentais, apoiándose en presentacións preparadas de antemán e ás que os alumnos teñen acceso desde o primeiro día. Ante calquera dúbida, os alumnos son animados a interromper a explicación con preguntas ata que queden satisfeitos.

Cada un dos puntos importantes da exposición complementábase con exemplos relevantes e exercicios tipo para ser resoltos en clase; os primeiros polo docente, para mostrar os pasos esenciais, e os seguintes a través dun diálogo entre alumnos e docente sobre cada paso do proceso de resolución. Ademais pódese aproveitar estes

exercicios para relacionalos con coñecementos previos ou estender algún punto do temario de maneira transversal.

Ao terminar a unidade, vaise facer unha recompilación en común dos conceptos máis importantes con obxecto de ter unha guía de consulta rápida para as clases interactivas de laboratorio.

O método didáctico afirmativo, nas súas variantes expositiva e demostrativa, é o mellor adaptado a estas sesións debido ao volume de información a transmitir e os límites de tempo tan estritos. Aínda que, en situacións puntuais, como cando se estea desenvolvendo un exercicio tipo, usarase o método elaborativo interrogativo.

Ferramentas das que dispón o docente para esta tarefa:

- A presentación dixital
- A construción de esquemas no encerado
- O uso do encerado para resolver de maneira interactiva e colaborativa os exemplos
- Referencias aos resultados obtidos nas sesións interactivas de laboratorio
- A bibliografía de apoio

Sesións interactivas de laboratorio

Durante estas sesións os alumnos resollen de maneira individual e autónoma os boletíns de exercicios proporcionados polo docente, aplicando o aprendido nas sesións expositivas. Conteñen exemplos dunha dificultade similar aos xa resoltos, pero agora pídeselle ao alumno que obteña as solucións mediante simulación numérica, o que implica ter unha visión global do problema e prestar unha maior atención ao detalle durante a implementación.

Os laboratorios permiten ao alumno explorar ao seu ritmo os coñecementos obtidos nas sesións expositivas. Pero é responsabilidade do alumno a xestión do seu tempo de traballo para poder resolver os exercicios no número de sesións dispoñibles para a unidade docente. Non se recomenda traballar desde casa.

A didáctica destas sesións vai estar baseada no método elaborativo de descubrimento, aínda que limitado e sempre guiado polo docente. Aínda que se busca potenciar a autoaprendizaxe, o docente está dispoñible nas sesións para dar unha visión xeral, apoiar e orientar ao alumno que teña problemas, e tamén para resolver de maneira individual calquera dúbida (conceptual, práctica ou tecnolóxica) que poida xurdir.

Ferramentas:

- Computador co software necesario: un intérprete de *Python* e paquetes de cálculo numérico
- A presentación dixital das sesións expositivas
- Unha síntese dos conceptos máis importantes
- A bibliografía de apoio

CONTIDOS

Preséntanse a continuación os contidos desta unidade didáctica de maneira esquemática e simplificada. Cada parágrafo contén unha idea fundamental que o docente debe desenvolver ante os alumnos coa profundidade que considere necesaria, completándoa con exemplos sinxelos e tratando de póla en contexto dentro da materia e do grao.

Na anterior unidade didáctica introdúcense xa os sinais discretizados no tempo, representados como unha secuencia numerada de valores numéricos ordenados no tempo. Tamén os conceptos de proceso de mostraxe, cuantización e codificación. Este é o punto de partida.

1. Propiedades e operacións básicas con secuencias temporais

1.1. Representación de secuencias discretas

Lembrarase ao alumno que xa coñece como representar sinais discretizados en forma de secuencia numérica numerada. Cada valor da secuencia corresponde cunha mostra do sinal orixinal tomada a intervalos fixos de tempo. Se a secuencia contén valores para tempos anteriores a $n=0$, destácase visualmente o valor para $n=0$ mediante un subliñado; non fai falta en caso contrario. Representación básica:

$$x[n] = [x_0, x_1, x_2 \dots x_N]$$

De maneira xeral estes sinais discretizados vanse representar de tres formas diferentes: como unha secuencia numerada de valores numéricos ordenados, como táboa ou como función matemática. Cada representación será máis útil para un certo tipo de sinais.

1.2. Secuencias básicas

Secuencia constante

$$c[n] = N$$

Secuencia impulso unidade

$$\delta[n] = \begin{cases} 1, n = 0 \\ 0, n \neq 0 \end{cases}$$

Unha propiedade importante, que se utiliza continuamente, é que calquera sinal discretizado pódese expresar como unha suma de impulsos escalados e desprazados:

$$x[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k \delta[n - k]$$

Paso unidade

$$u[n] = \begin{cases} 1, n \geq 0 \\ 0, n < 0 \end{cases}$$

Ambas as secuencias básicas están relacionadas:

$$\delta[n] = u[n] - u[n - 1]$$

Rampla unidade

$$u_r[n] = \begin{cases} n, n \geq 0 \\ 0, n < 0 \end{cases}$$

Sinusoide simple

Queda definida mediante os parámetros de amplitude (A), frecuencia angular (w) e desprazamento de fase (f):

$$x[n] = A \cos (w n + f)$$

Exponencial

Queda definida pola amplitude (A) e a base (a):

$$x[n] = A a^n$$

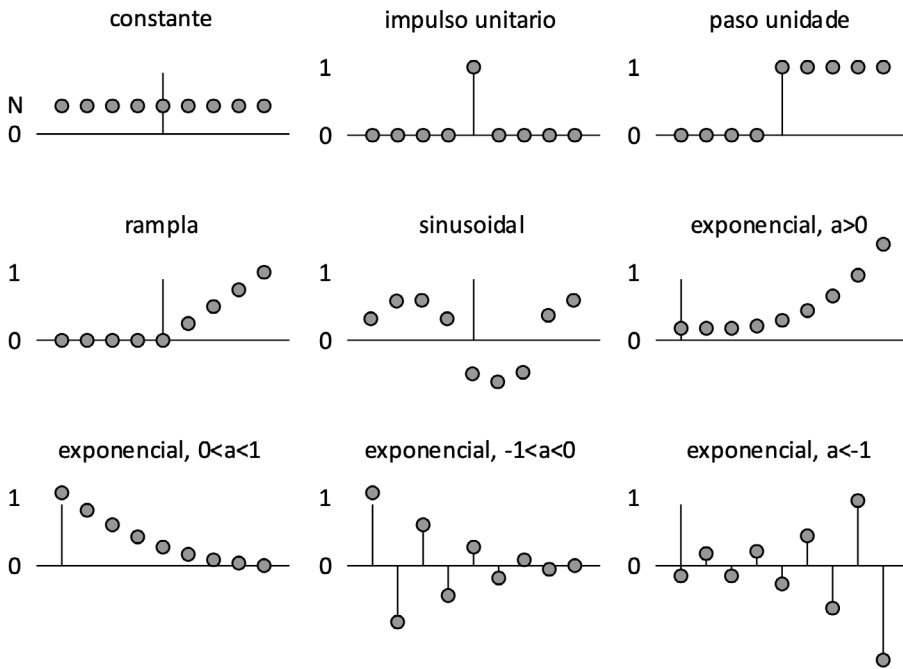
Nos laboratorios utilízase unha versión simplificada dela:

$$x[n] = A a^n u[n], \quad |a| < 1$$

Dependendo do valor da base, o sinal mostra distintos comportamentos:

- unha exponencial crecente ($a > 0$)
- unha exponencial decrecente ($0 < a < 1$)
- un sinal alternante decrecente ($-1 < a < 0$)
- un sinal alternante crecente ($a < -1$)

Por último, nesta unidade didáctica ignóranse os sinais exponenciais complexos (tanto a parte real como a imaxinaria reproducen comportamentos sinusoidais), que serán de interese no segundo bloque conceptual da materia.



1 Sinais básicos

1.3. Definicións

Secuencia de lonxitude finita/infinita. Unha secuencia que ten un máximo de N valores distintos de cero é finita. En caso contrario é infinita.

Secuencia periódica. Unha secuencia que repite os datos cada N mostrás é periódica (sendo o *período* o número N).

1.4. Operacións básicas con secuencias

Suma de dúas secuencias. O resultado da suma de dúas secuencias é unha nova secuencia onde os valores corresponden á suma dos valores das mostrás co mesmo índice nas secuencias orixinais. É unha operación que se calcula mostra a mostra, ou punto a punto:

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x_1[n] + x_2[n]$$

Produto de dúas secuencias. O resultado é unha secuencia onde cada valor é o produto dos valores co mesmo índice nas secuencias orixinais:

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x_1[n]x_2[n]$$

Escalado dunha secuencia. O resultado é a multiplicación de cada valor orixinal polo valor de escalado:

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a x[n]$$

Desprazamento dunha secuencia. Créase unha nova secuencia onde o índice das mostras desprázase un valor constante k . Será un *senal atrasado* cando k teña un valor positivo, e un *senal adiantado* cando k sexa negativo:

$$y[n] = x[n - k]$$

Reflexión. Créase unha nova secuencia onde se inverte o signo dos índices.

$$y[n] = x[-n]$$

1.5. Enerxía e potencia

$$E = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x[n]|^2$$

$$P = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N + 1} \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x[n]|^2$$

Un *senal de enerxía* a aquel con E finita, e *senal de potencia* o que ten P finita. En sinais periódicos, E é infinita e P finita (cálculase nun período):

$$P = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} |x[n]|^2$$

Ao terminar esta sección o alumno debe poder calcular numericamente as magnitudes, pero tamén recoñecer visualmente sinais que presenten E e P finitas, E infinita e P finita, e E e P infinitas.

1.6. Compoñentes simétricas e antisimétricas

Compoñente simétrica dunha secuencia

$$x_p[n] = \frac{1}{2}(x[n] + x[-n])$$

Compoñente antisimétrica

$$x_i[n] = \frac{1}{2}(x[n] - x[-n])$$

Calquera secuencia descomponse na combinación de ambas as compoñentes:

$$x[n] = x_p[n] + x_i[n]$$

2. Sistemas discretos

2.1. Representación de sistemas discretos

As operacións elementais realizadas sobre o sinal discreto, poden ser interpretadas como unha transformación sobre o sinal de entrada. Combinar diferentes transformacións permite deseñar algoritmos de procesado (circuitos, sistemas discretos no tempo) dunha maneira abstracta sen ter que especificar a implementación concreta:

$$y[n] = T(x[n])$$

2.2. Clasificación

Sistema invariante/variante no tempo. Un sistema é invariante no tempo se ao desprazar a súa entrada despraza a saída na mesma dirección e a mesma cantidade. En caso contrario é variante.

Sistema lineal/non lineal. Un sistema é lineal se as operacións de escalado e de suma poden aplicarse indistintamente á entrada ou á saída. Entenderase que para que se cumpra a linealidade do sistema, deben cumprirse por separado as propiedades de linealidade na operación de escalado e na operación de suma.

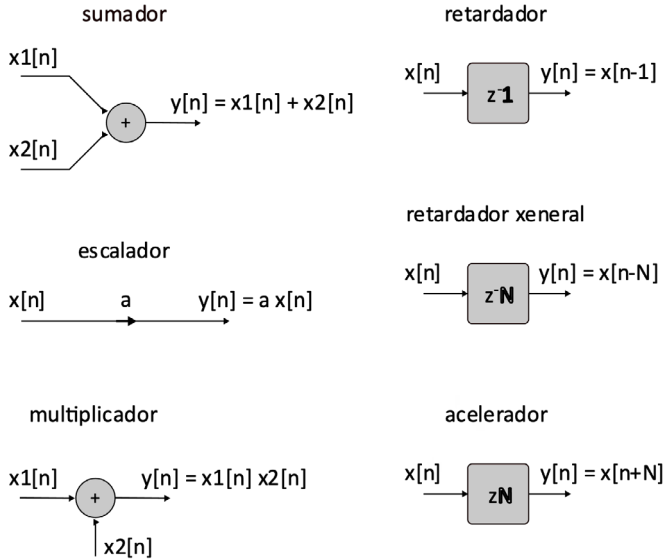
Sistema estático/dinámico. Un sistema é estático se a mostra n_k da secuencia de saída só depende da mostra n_k da secuencia de entrada, e non de mostras anteriores ou posteriores. En caso contrario é un sistema dinámico.

Sistema causal/non causal. Un sistema é causal se a mostra n_k da secuencia de saída só depende de n_k e das mostras anteriores da secuencia de entrada, pero non das mostras futuras. Os sistemas en tempo real son todos causais.

Sistema estable/non estable. Un sistema é estable se entradas acoutadas xeran saídas tamén acoutadas. Só os sistemas estables van ter unha implementación práctica.

2.3. Bloques básicos

Existe unha linguaxe visual que facilita o proceso de deseño de algoritmos, onde combinacións de bloques básicos poden describir transformacións complexas. Presentanse os máis importantes.



2 Bloques básicos

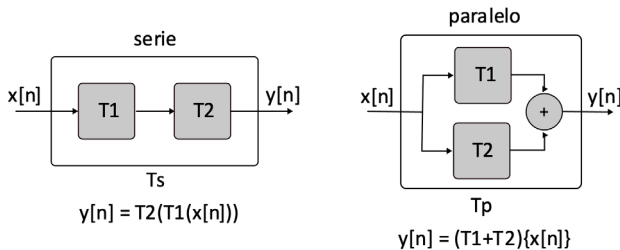
2.4. Interconexión de bloques básicos

Conexión en serie ou ferverenza. A saída do primeiro bloque convértese na entrada do segundo. En xeral non é unha operación conmutativa, pero coinciden para sistemas lineais invariantes no tempo:

$$y[n] = T_2(T_1(x[n]))$$

Conexión en paralelo. A saída global é a suma das saídas independentes:

$$y[n] = y_1[n] + y_2[n] = T_1(x[n]) + T_2(x[n])$$



3 Interconexión de subsistemas

Ao terminar esta sección o alumno debe poder recoñecer circuítos básicos como o acumulador ou a media móbil de N elementos.

3. Sistemas lineais invariantes no tempo

3.1. Descomposición en impulsos unitarios

Analizar un sistema lineal invariante no tempo implica determinar o comportamento do sistema en repouso ante unha entrada arbitraria.

A primeira posibilidade desta análise é expresar o sinal de entrada como unha suma ponderada de secuencias impulso unitarias (ou de calquera outra sinal elemental). A continuación, transformar cada secuencia individual por separado. E utilizar as propiedades de linealidade para reconstruír a resposta total:

$$y[n] = T\left(\sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k \delta[n-k]\right) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k T(\delta[n-k])$$

3.2. Cálculo da resposta ao impulso unidade

A segunda posibilidade é a través da resposta impulsional. Un sistema lineal invariante no tempo en repouso queda caracterizado pola súa resposta a un sinal de entrada de tipo impulso unitario (que pasamos a denominar *resposta impulsional*, $h[n]$). Pódese utilizar este resultado para obter a resposta do sistema a calquera entrada arbitraria mediante a operación de convolución de ambos os sinais:

$$y[n] = x[n] * h[n]$$

3.2.1. Cálculo da convolución

A operación de convolución de dous sinais produce un novo sinal:

$$y[n] = x[n] * h[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] h[n-k]$$

A interpretación da convolución pode estudarse desde varios puntos de vista: ecuacións analíticas, suma gráfica de sinais ou como unha xanela escorregada reflectida que opera sobre o sinal de entrada. O docente debe decidir cal presenta.

3.2.2. Propiedades da convolución

Conmutativa. Non importa cal dos dous sinais sexa reflectido e desprazado. A consecuencia desta propiedade é que se pode intercambiar a orde do cálculo de sistemas lineais invariantes no tempo conectados en serie:

$$x[n] * h[n] = h[n] * x[n]$$

Asociativa. Esta propiedade xustifica substituír subsistemas lineais invariantes no tempo por un único sistema cunha resposta impulsional que sexa a convolución das respostas ao impulso de cada un dos bloques orixinais:

$$(x[n] * h_1[n]) * h_2[n] = x[n] * (h_1[n] * h_2[n])$$

Distributiva. Xustifica agrupar subsistemas lineais invariantes no tempo conectados en paralelo nun único sistema cunha resposta impulsional que sexa a suma das respostas ao impulso de cada un dos bloques orixinais:

$$x[n] * (h_1[n] + h_2[n]) = x[n] * h_1[n] + x[n] * h_2[n]$$

Un sistema lineal invariante no tempo causal ten unha resposta impulsional nula para tempos negativos:

$$h[n] = 0, \quad n < 0$$

Un sistema lineal invariante no tempo estable ten unha resposta impulsional absolutamente sumable (a suma das súas compoñentes é finita):

$$\left| \sum_n h[n] \right| < \infty$$

3.2.3. Clasificación do sistema segundo a resposta impulsional

Nun **sistema con resposta impulsional finita (sistema FIR)** a resposta impulsional é nula excepto nun intervalo determinado. Para un sistema *FIR* causal a expresión da convolución simplifícase (só depende dun número finito de mostras M):

$$y[n] = \sum_{k=0}^{M-1} h[k]x[n-k]$$

Nun **sistema con resposta impulsional infinita (sistema IIR)** a resposta impulsional ten infinitos valores non nulos. Para un sistema *IIR* causal a expresión da convolución simplifícase:

$$y[n] = \sum_{k=0}^{\infty} x[k]h[n-k]$$

3.2.4. Correlación

A correlación cruzada proporciona unha estimación do grao de semellanza entre dous sinais de enerxía finita:

$$r_{AB}[i] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_A[n] x_B[n-i], \quad i = 0, \pm 1, \pm 2 \dots$$

Esta operación non cumpre coa propiedade conmutativa, e ao cambiar a orde dos sinais obtense unha versión reflectida:

$$r_{AB}[i] = r_{BA}[-i]$$

Autocorrelación. A correlación cruzada dun sinal consigo mesmo. Permite identificar patróns repetitivos (periodicidades) dentro do sinal enmascarados baixo o ruído. Presenta un máximo na orixe que coincide co valor de enerxía do sinal:

$$r_{AA}[i] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_A[n] x_A[n-i], \quad i = 0, \pm 1, \pm 2 \dots$$

3.3. Sistemas de ecuacións en diferenzas con coeficientes constantes

Utilizando a convolución para calcular a resposta dun sistema IIR a unha entrada arbitraria, a resposta sería tamén infinita, non implementable. Pero hai sistemas onde a saída se pode expresar en función de valores pasados da entrada e da propia saída (*sistemas recursivos*). O sistema é implementable se contén un número finito de retardos ($N+M$):

$$y[n] = F(y[n-1], y[n-2] \dots y[n-N], x[n], x[n-1], x[n-2] \dots x[n-M])$$

Os sistemas non recursivos son un caso particular de sistemas recursivos:

$$y[n] = F(x[n], x[n-1], x[n-2] \dots x[n-M])$$

Aplicase o anterior para expresar un sistema lineal invariante no tempo (que son unha subclase dos sistemas recursivos) mediante un conxunto de ecuacións en diferenzas de coeficientes constantes (válidos para IIR e FIR):

$$\sum_{k=0}^{N-1} a_k y[n-k] = \sum_{k=0}^{M-1} b_k x[n-k]$$

Seleccionando $a_0=1$,

$$y[n] = - \sum_{k=1}^{N-1} a_k y[n-k] + \sum_{k=0}^{M-1} b_k x[n-k]$$

Denomínanse *condicións iniciais do sistema* aos valores $y[n]$, $n < 0$.

3.3.1. Compoñentes da resposta

Para un sistema en repouso, onde a entrada é nula para tempos negativos, a saída (resposta a estado nulo) queda:

$$y_{zs}[n] = \sum_{k=0}^{M-1} b_k x[n - k]$$

Para un sistema que non está en repouso, onde a entrada non é nula para tempos negativos, se non hai sinal de entrada en tempos negativos a saída (resposta natural do sistema) queda:

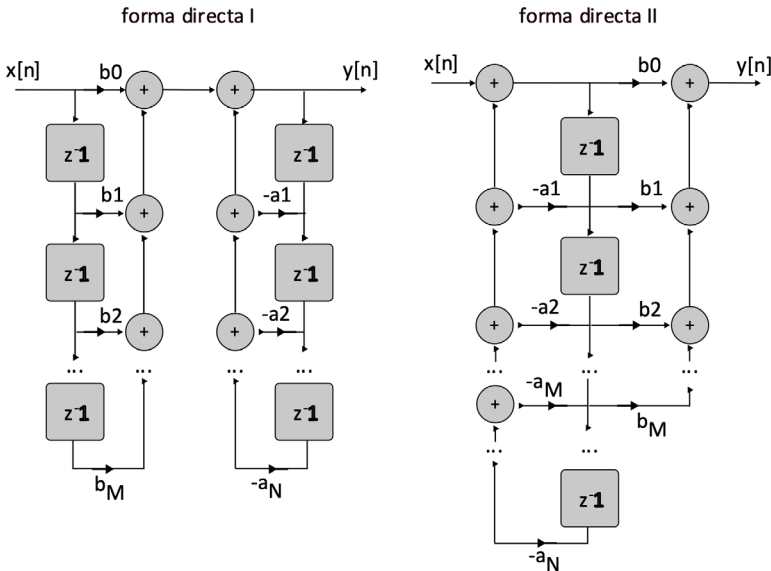
$$y_{zi}[n] = - \sum_{k=1}^{N-1} a_k y[n - k]$$

A resposta do sistema é a combinación de ambas as compoñentes:

$$y[n] = y_{zi}[n] + y_{zs}[n]$$

3.3.2. Representación en bloques básicos

Cando o sistema se expresa como un circuíto abstracto de bloques partir das ecuacións en diferenzas de coeficientes constantes, obtéñense dúas representacións gráficas equivalentes: forma directa I e forma directa II. O alumno debe poder construílas e transformar cada unha delas na outra.



4 Formas directas I e II

AVALIACIÓN

Alumno

O exame final é o instrumento básico para obter unha avaliación numérica obxectiva do rendemento do alumno sobre a comprensión dos contidos teóricos e prácticos da unidade didáctica. O exame está composto por preguntas tipo test con resposta múltiple e por exercicios similares aos vistos nos boletíns das sesións interactivas.

As actividades interactivas vanse valorar tamén a través de exames parciais de laboratorio, que se desenvolverán ao finalizar cada un dos tres bloques conceptuais da materia. Estes exames teñen un carácter opcional e, se se superan, as súas cualificacións son tidas en conta para a avaliación final.

Tanto o exame final como os exames parciais cualificarase usando os instrumentos de rúbricas e modelos.

A avaliación continua ao longo da unidade didáctica vai ter en consideración os comentarios, preguntas e participación en xeral nas sesións expositivas, con obxecto de identificar o interese dos alumnos pola materia e o grao de asimilación dos contidos. O obxectivo, con todo, non é avaliar, senón descubrir problemas do alumno coa materia. Por tanto, preténdese usar de maneira informal unha lista de control centrada en habilidades e capacidades.

Nesta unidade didáctica considérase innecesaria unha avaliación inicial de contidos.

Avaliación da programación

A estatística do conxunto de cualificacións finais ofrece unha visión xeral da capacidade da unidade didáctica para cumprir cos seus obxectivos. É, con todo, unha avaliación *a posteriori* que non permite detectar problemas durante a docencia da materia.

Os contidos son fixos e conectados con outras materias do grao. Ante a aparición dun problema coa programación, hai algunhas variables que se poden revisar e modificar para próximas edicións:

- A distribución temporal das unidades didácticas, cambiando o número de sesións asignadas a cada bloque de contidos.
- Estender e mellorar o número de exemplos e casos presentados como apoio ás exposicións.
- Ampliar e simplificar os boletíns interactivos para que se poidan realizar de forma autónoma tamén desde casa.
- Engadir bibliografía extra para ofrecer outras maneiras de abordar os mesmos contidos.

Como o docente é o responsable último de presentar aos alumnos os contidos da unidade didáctica atendendo ás limitacións de tempo, espazos e recursos docentes, en caso de necesidade aínda pode:

- Desprazar contido a outras unidades didácticas para equilibrar o esforzo do alumno ao longo do tempo.
- Cambiar o enfoque metodolóxico da unidade, de maneira que se priorice o diálogo co alumnado para detectar canto antes os puntos de rozamento.

BIBLIOGRAFÍA

MCCLELLAN, J. H.; SCHAFER, R. W.; YODER, M. A. (1998): *DSP first*, Prentice-Hall, Inc.

OPPENHEIM, Alan V.; SCHAFER, Ronald W.; BRUCK, John R. (1999): *Discrete-time signal processing*, Prentice-Hall Englewood Cliffs.

PROAKIS, John G.; MANOLAKI, Dimitris G. (1996): *Digital signal processing: principles, algorithms and applications*, Prentice-Hall, Inc.



Unha colección orientada a editar materiais docentes de calidade e pensada para apoiar o traballo do profesorado e do alumnado de todas as materias e titulacións da universidade

unidadesdidácticas
UNIVERSIDADE DE SANTIAGO DE COMPOSTELA