MATERIA
Microeconomía I

TITULACIÓN
Grao en Administración e Dirección de Empresas

unidade didáctica
5

Ciencias Sociais e Xurídicas

A elección do consumidor

Manel Antelo

Área Fundamentos da Análise Económica
Departamento de Fundamentos da Análise Económica
Facultade de Ciencias Económicas e Empresariais

unidadesdidácticas
UNIVERSIDADE DE SANTIAGO DE COMPOSTELA

USC UNIVERSIDADE DE SANTIAGO DE COMPOSTELA
SERVIZO DE NORMALIZACIÓN LINGÜÍSTICA

DESCATALOGADO

Deseño e maquetación
J. M. Gairí

Edita
Vicerreitoría de Estudantes,
Cultura e Formación Continua
da Universidade de Santiago de Compostela
Servizo de Publicacións
da Universidade de Santiago de Compostela

ISBN
978-84-16183-22-7

MATERIA: Microeconomía I
TITULACIÓN: Grao en Administración e Dirección de Empresas
PROGRAMA XERAL DO CURSO
Localización da presente unidade didáctica

ÍNDICE

PRESENTACIÓN

A materia *Microeconomía I* enmárcase no bloque formativo dos fundamentos da economía que se imparte no Grao de Administración e Dirección de Empresas da Facultade de CC. Económicas e Empresariais da USC. Está destinada aos alumnos de primeiro curso do mencionado Grao, ten o carácter de obrigatoria no vixente Plan de Estudos e, temporalmente, impártese no segundo semestre do ano académico.

O contido da materia ten unha carga lectiva de 6 créditos ECTS, dos cales o 60% están configurados por exposicións a cargo do profesor e o 40% restante ten carácter interactivo. En termos prácticos, isto tradúcese en que, semanalmente, as aulas expositivas teñen unha duración de dúas horas e combínanse coas aulas interactivas de hora e media cada unha.

A programación docente da materia está dividida en once unidades didácticas, nas que se abordan os aspectos máis salientables que permiten ofrecer unha visión completa e comprensiva do comportamento dos axentes económicos individuais máis representativos dunha economía de mercado, é dicir, dunha economía na que a produción e a distribución dos bens veñen dadas pola toma de decisións dos distintos axentes e a coordinación de todas esas decisións prodúcese anonimamente no seo do mercado. En particular, analízanse polo miúdo todo o que hai detrás da curva de demanda de mercado e todo o que dá lugar á curva de oferta, para chegar así ao modelo de oferta e demanda.

Un aspecto fundamental da materia *Microeconomía I* é facilitar aos estudantes un coñecemento do método e da análise propios da microeconomía, dos seus modelos básicos e simplificadores da realidade e das súas principais aplicacións. E iso porque a partir da comprensión do comportamento económico das unidades básicas (microeconómicas ou indivisibles) que forman a sociedade, a microeconomía proxéctase como un valioso instrumento para abordar de xeito rigoroso non só os aspectos relacionados coa toma de decisións dos axentes económicos individuais, senón que tamén dá pé a unha reflexión profunda sobre a significación exacta dos resultados obtidos, sobre a representación dos fenómenos sociais e económicos, e sobre as sociedades consideradas nos modelos, o que lle permite ao alumnado exercer o seu espírito crítico, con coñecemento de causa.

Polo que respecta ao desenvolvemento da materia *Microeconomía I*, esta xira arredor da combinación de dous tipos de aulas: as aulas expositivas e as aulas interactivas. Na parte expositiva faise a aproximación teórica e «en abstracto» á materia e o profesor é o responsable principal dela. Nas clases interactivas adóptase un enfoque práctico co estudo de casos tanto ficticios coma reais coa finalidade de que cada alumno e alumna poña a proba os coñecementos adquiridos e, polo tanto, vaia rexistrando a súa autoavaliación. En consecuencia, os alumnos son os actores principais nas devanditas sesións.

Cada unha das unidades que compoñen a materia *Microeconomía I* afonda nun dos aspectos esenciais da elección (dos consumidores e dos produtores). Sen ir máis lonxe, o estudo do consumidor como axente económico de vital importancia para calquera economía esixe coñecer os aspectos máis salientables que configuran e determinan a súa conduta en termos de consumo. E un dos elementos primordiais que permite entender dita conduta é abordar o consumo dos axentes económicos como resultado final dun proceso de maximización da súa utilidade suxeita á restrición presupostaria, dados os prezos dos bens e a renda do axente, ou, alternativamente, dun proceso de minimización do gasto suxeita ao logro dun determinado nivel de utilidade, dados os prezos dos bens.

Por todo o dito, a presente unidade didáctica (UD, no sucesivo) está dedicada á análise da demanda de bens e servizos por parte dun consumidor e a súa formalización a través dun problema de maximización ou minimización condicionada. Despois das UD nas que se presenta a restrición presupostaria do consumidor e as preferencias, esta UD é importante porque permite entender o resultado final en termos de equilibrio do modelo de elección. A comprensión desta UD reviste un grao medio de dificultade, debido á ampla casuística dos escenarios nos que poden verse involucrados os consumidores no mundo real e que afecta as súas posibilidades de consumo. É por iso que unha gran parte da UD está baseada en estudos de casos nos que se ilustra a conexión existente entre a ampla gama de esquemas de preferencias e a correspondente elección óptima. O que se busca co amplo abano de escenarios analizados e comentados é que o alumnado acade autonomía tanto no que se refire á exposición teórica como ás aulas interactivas relacionadas co tema tratado.

O resto da UD está organizada da seguinte forma. En primeiro lugar, fálase dos obxectivos da materia en xeral e da presente UD en particular, e despois dos principios metodolóxicos que se empregan no desenvolvemento da UD. A continuación, expóñense os contidos da UD e preséntanse as actividades propostas coa UD. Por último, alúdese á avaliación da UD.

OS OBXECTIVOS

1. Obxectivos xerais da materia

Microeconomía I é unha materia obrigatoria, que constitúe o primeiro contacto polo miúdo dos estudantes co campo específico da microeconomía e da elección das unidades individuais que configuran a sociedade, unha vez que durante o primeiro semestre do curso manexaron o aparato conceptual máis básico e elemental da economía en xeral, é dicir, da microeconomía, da macroeconomía, do pensamento económico, etc. Coas miras postas en aproximar o alumnado ao coñecemento das unidades económicas básicas, os obxectivos da materia son:

- Proporcionar as habilidades e as técnicas necesarias para que o alumnado coñeza en profundidade de forma comprensiva o proceso de toma de decisións por parte dos axentes individuais.
- Proporcionar a capacidade de abstracción e razoamento lóxico imprescindibles para o desenvolvemento científico e o exercicio da práctica profesional do alumnado (capacidade para expresarse utilizando linguaxes formais, gráficas e simbólicas; capacidade para aplicar métodos analíticos; capacidade para relacionar e manipular conceptos seguindo un propósito).

— Fixar e consolidar os coñecementos e as habilidades adquiridos co estudo dos aspectos metodolóxicos desenvolvidos noutras materias do grao.
— Mostrar ao alumnado como os coñecementos que adquiren coa materia e a capacidade de resolución de problemas de moi diversa índole poden aplicalos a contornas novas ou pouco coñecidas dentro de contextos máis amplos (ou multidisciplinarios).
— Capacitar o alumnado para integrar coñecementos e afrontar a complexidade de formular xuízos a partir dunha información que, sendo incompleta ou limitada, inclúa reflexións sobre as responsabilidades sociais e éticas vinculadas á aplicación dos seus coñecementos e xuízos.
— Constituír unha base sólida para todas as relacións futuras que os/as estudantes vaian ter ao longo da vida, tanto no eido profesional (na asunción de responsabilidades directivas, na función pública, na faceta investigadora, etc.) como persoal (entendendo o mundo no que viven, e argumentando e comunicándose eficazmente).

2. Obxectivos específicos da unidade didáctica

En canto aos obxectivos específicos que debe acadar o alumnado na presente UD, o seu desenvolvemento quere contribuír a que ao final o alumnado sexa quen de:
— Coñecer con exactitude en que consiste o óptimo do consumidor como solución (equilibrio) do seu problema de elección á hora de demandar bens e servizos.
— Coñecer como se «caracteriza» a elección óptima para poder ser estudada analiticamente ou por outras vías.
— Coñecer como se chega, en casos concretos, á cesta de consumo óptima.
— Coñecer as propiedades que presentan as funcións de demanda dos diversos bens.
— Coñecer a diferenza entre función de demanda e curva de demanda
— Comprender que a suma das funcións de demanda de todos os consumidores que stán presentes nun determinado mercado dá lugar á función de demanda agregada (ou de mercado) do ben que se intercambia nese mercado.

OS PRINCIPIOS METODOLÓXICOS

O método didáctico comprende o conxunto de estratexias e técnicas utilizadas polo docente para axudar a conseguir os obxectivos dos discentes, mediante o traballo dos contidos nun contexto organizado. En particular, a metodoloxía que se emprega nesta UD —e, de forma similar, no resto de unidades que compoñen a materia— está baseada en:

a) Exposicións maxistrais, nas que o profesor expón os conceptos e os contidos teóricos que fundamentan a RP e intercala na propia exposición pequenos exemplos para mostrar a utilidade práctica e promover o interese do alumnado. Estes contidos están á disposición dos/as alumnos/as con antelación ao seu desenvolvemento na aula. O desenvolvemento dos contidos faise empregando, principalmente, un ordenador persoal e un canón proxector como soportes da unidade, para a presentación en diapositivas do material que serve de fío condutor ás explicacións efectuadas. Ao mesmo tempo, na presentación detallaranse unha serie de referencias bibliográficas que complementan a presentación e que o alumnado debe consultar. Nas sesións maxistrais combinaranse os métodos expositivo, interrogativo e por descubrimento, para que o alumnado non se limite a recibir, de forma pasiva, información do profesor e teña a oportunidade de implicarse na resposta das cuestións formuladas nas diferentes sesións.

b) Clases interactivas, nas que se busca reforzar a comprensión dos conceptos e ideas tratados nas sesións expositivas. Para iso, analízanse situacións reais ou ficticias que reflicten a ampla variedade de contextos que xorden por mor dun amplo abano de preferencias e/ou de situacións que poden afectar á forma da restrición presupostaria. Nas sesións interactivas combinarase o método interrogativo e por descubrimento, de forma que o profesor desempeña un papel de moderador e é o alumnado o que toma o temón de cada sesión.

En resumo, partindo do método afirmativo, no que o profesor expresa os conceptos máis relevantes e as relacións máis determinantes ao alumnado, este ten que saber achegarse, tanto individualmente coma en grupo (variando en función do caso en cuestión), ao método de elaboración, de tal forma que esta metodoloxía permite traballar a discusión. O alumnado participa activamente nas aulas expositivas e toma o encargo didáctico nas interactivas, nas que conecta o marco teórico exposto coa realidade dos consumidores e, ao mesmo tempo, reforza e aclara dúbidas sobre a teoría exposta. E o profesor busca activar a curiosidade e o interese do alumnado polo forma de obter as demandas dos distintos bens que fan os consumidores, facendo fincapé na súa importancia e amosando a súa relación co mundo real e a grande utilidade que pode ter para a súa carreira estudantil e profesional. Ademais, faranse diferentes preguntas aos alumnos, tanto nas clases expositivas coma nas interactivas, para dar pé a interpretar en grupo as respostas ofrecidas e elaborar así unhas conclusións finais.

Nas análises que se desenvolvan nos dous tipos de aulas utilizarase a linguaxe matemático-formal xunto coa linguaxe gráfica para facilitar a intuición e a comprensión ao alumnado.

OS CONTIDOS

1. Introdución

Unha vez descritas as posibilidades do consumidor e a orde de preferencias que ten sobre as cestas de bens á súa disposición nunha determinada data e lugar, nesta unidade didáctica (UD) analizamos como se formaliza e se resolve o problema de elección óptima. Este proceso concrétase en formular un problema de maximización da utilidade, condicionada á restrición presupostaria que ten todo consumidor, ou, alternativamente, de minimización do gasto necesario para alcanzar un determinado nivel de utilidade fixado de antemán. No primeiro caso, a solución é a cantidade comprada de cada ben coa que o consumidor maximiza a súa utilidade, dada a renda de que dispón e os prezos que ten que pagar polos bens nos seus respectivos mercados. Este consumo, como función dos prezos de todos os bens e a renda do consumidor, é o que se chama demanda marshalliana ou ordinaria de cada un dos bens. No segundo caso, o obxectivo é alcanzar un determinado nivel de utilidade, pero non a calquera custo, senón ao menor custo posible, dados os prezos que teñen os bens. Neste caso, o que obtemos como solución é a demanda hicksiana ou compensada (ou de utilidade constante) de cada un dos bens.

Unha vez obtidos os dous tipos de demanda, poden ser relacionados a través do que se coñece como ecuación de Slustky, a cal permite descompoñer o impacto ou efecto total que unha variación no prezo dun determinado ben produce na cantidade demandada dese ben (efecto total directo) ou de calquera outro (efecto total cruzado) nos chamados efecto substitución e efecto renda. Esta descomposición poder ser feita de acordo co criterio de Hicks (ou de utilidade constante) ou segundo o criterio de Slustky (ou de cesta de consumo constante).

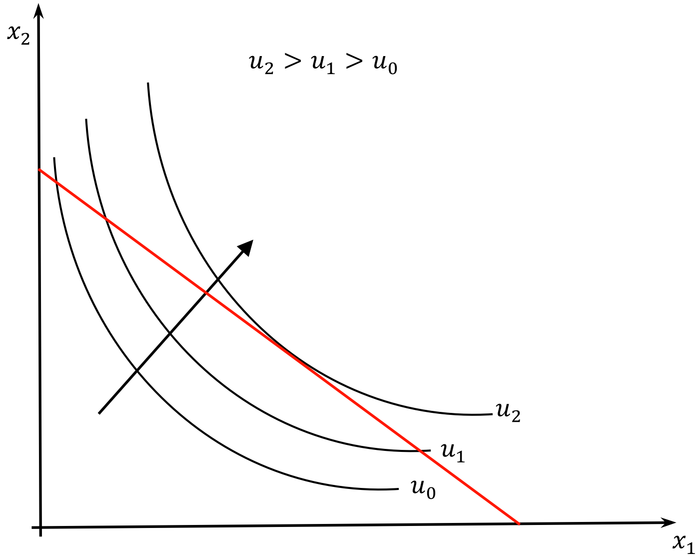
O resto da UD está estruturada en dúas seccións. Na sección 2 repásase de forma resumida a teoría e os conceptos máis relevantes sobre a elección do consumidor. Na sección 3 considéranse diversos supostos nos que se presentan os casos de preferencias máis habituais para ilustrar, da forma máis exhaustiva posible, a resolución do problema do consumidor en calquera situación.

2. Un curto paseo pola teoría

Unha vez coñecidas a RP e a orde de preferencias do consumidor, é evidente que se este é racional, elixirá a cesta de bens máis preferida entre todas as alcanzables e esa cesta constituirá o seu equilibrio.[1] Como principio xeral, a cesta máis preferida entre as accesibles é a que está situada na curva de indiferenza (CI) máis afastada posible da orixe e que, ademais, verifica a restrición presupostaria (RP). E, dependendo de como sexan as preferencias, esta condición pode estar definida ou non pola tanxencia entre a RP e a CI máis alta posible do mapa de CI. Por exemplo, na Figura 1 ilústrase graficamente o caso dunhas preferencias (preferencias regulares) para as que o equilibrio se produce no punto de tanxencia.

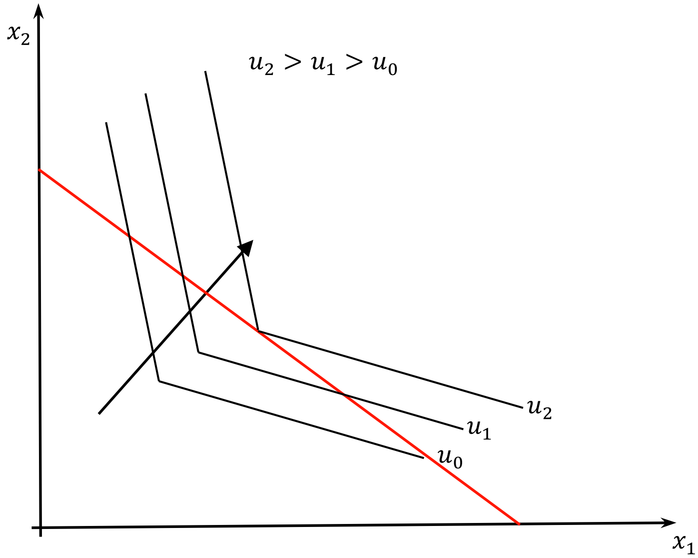
[1] Que o consumo sexa unha variable fluxo permítenos despreocuparnos de que as cantidades teñan que ser valores enteiros necesariamente. Por exemplo, un consumo de 0,2 coches ao ano por parte de un individuo significa que cada dez anos consume (compra) 2 coches, que é un número enteiro.

Figura 1: Cando o equilibrio se define pola condición de tanxencia



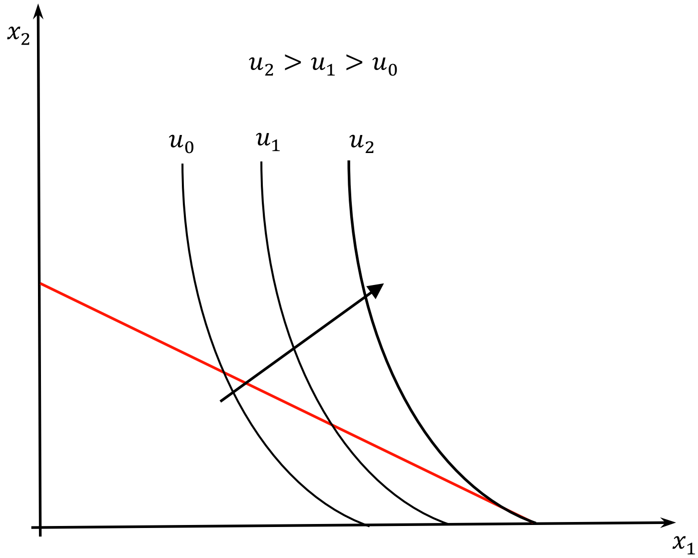
En cambio, a Figura 2 ilustra un caso con outro tipo de preferencias distintas que dan lugar a un equilibrio situado nunha cesta de consumo na que a CI non é tanxente á RP.

Figura 2: O equilibrio situado onde a CI non é tanxente á RP



Así mesmo, a Figura 3 ilustra graficamente outro caso de preferencias —preferencias cuasi-lineais— no que o equilibrio implica consumir cero unidades do ben 2 e, polo tanto, gastar toda a renda dispoñible no ben 1.[2] Pois ben, neste tipo de equilibrio —equilibrio de esquina— tampouco se cumpre a condición de tanxencia entre a RP e a CI máis afastada da orixe.

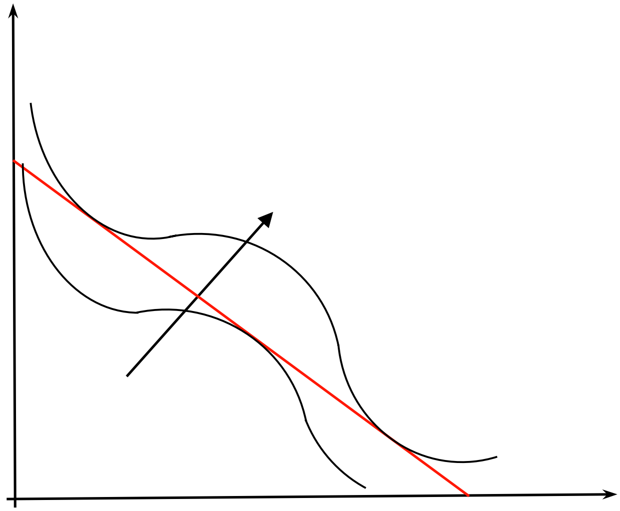
Figura 3: O equilibrio producíndose nun punto onde a CI tampouco é tanxente á RP



E, ás veces, as preferencias sobre os bens son tales que a condición de tanxencia non é suficiente para garantir que estamos nun óptimo. Isto é o que acontece en casos nos que, como sucede na Figura 4, as preferencias nin sequera son (sempre) convexas, senón que son convexas e cóncavas.

[2] Isto tamén pode ocorrer cando os bens son substitutivos perfectos.

Figura 4: Cando a condición de tanxencia non é suficiente



De feito, na Figura 4 podemos constatar que existen tres puntos nos que se verifica a condición de tanxencia; con todo, só en dous deles é posible alcanzar a CI máis alta posible. Polo tanto, dos tres puntos de tanxencia posibles, só dous son óptimos, o cal quere dicir que a condición de tanxencia é necesaria para ter un óptimo, pero non é suficiente.

En definitiva, sexa cal sexa a situación na que nos encontremos, o problema do consumidor no caso de que o seu consumo se compoña de dous bens —os bens 1 e 2— pódese escribir formalmente como

$$\max_{(x_1,x_2)} u(x_1,x_2), \text{ s.a: } p_1x_1 + p_2x_2 \leq m \tag{1}$$

onde a función de utilidade que se vai maximizar, $u(\cdot)$, recibe o nome de función obxectivo e a función que restrinxe o conxunto no que podemos buscar o óptimo, $p_1x_1 + p_2x_2 \leq m$, se coñece como restrición presupostaria. Para resolver este problema mediante o cálculo, é preciso que se cumpran dúas condicións: que a función obxectivo sexa diferenciable e que a restrición defina un conxunto cerrado e acoutado, é dicir, un conxunto compacto. No noso caso, ambas as condicións verifícanse cando a función de utilidade é derivable, xa que o conxunto presupostario é compacto, por definición. Isto non quere dicir que se a función de utilidade non é diferenciable, o problema definido en (1) non ten solución. O que quere dicir é que cando a función de utilidade non é diferenciable, debemos resolver o problema (1) por outras vías distintas do cálculo.[3]

En xeral, a condición de equilibrio interior[4] vén dada pola igualdade

[3] Isto é o que sucede, por exemplo, no caso dos bens substitutivos perfectos e dos complementarios perfectos.

[4] Un equilibrio é interior cando o valor, no óptimo, de todas e cada unha das variables de control (neste caso, a cantidade demandada de cada un dos bens) é estritamente positivo.

$$RMS = \frac{p_1}{p_2} \tag{2}$$

Desde o punto de vista económico, a igualdade (2) significa que, na cesta de equilibrio, a RMS (subxectiva) do consumidor entre os dous bens debe coincidir coa relación de substitución ou intercambio (obxectiva) que permite o mercado. Como xa sabemos, a RMS entre o ben 1 e o ben 2 indica a cantidade do ben 2 á que o consumidor ha de renunciar para poder consumir unha unidade máis do ben 1 e manter constante o nivel de utilidade. Por outra parte, o prezo relativo indica que, para poder consumir unha unidade máis do ben 1, debe renunciar a $\frac{p_1}{p_2}$ unidades do ben 2. No equilibrio (interior) o valor de ambos os conceptos debe ser o mesmo.

A elección óptima do consumidor, é dicir, a cantidade que compra de cada ben e coa que alcanza a máxima utilidade, dados os prezos dos bens e a súa renda, coñécese como conxunto de funcións de demanda marshalliana ou ordinaria[5]

$$x_i^{\mathrm{m}} = x_i(p_1, p_2, m),\ i = 1{,}2 \tag{3}$$

Unha vez obtida a cantidade óptima demanda de cada ben, podemos preguntarnos cal é o nivel de utilidade do consumidor. A resposta é o máximo e ese nivel máximo, que se obtén como

$$\max u(x_1^{\mathrm{m}}, x_2^{\mathrm{m}}) = u\big(x_1(p_1, p_2, m), x_2(p_1, p_2, m)\big) = v(p_1, p_2, m) \tag{4}$$

coñécese como función de utilidade indirecta.

Asemade, o problema do consumidor pode ser tamén formulado da seguinte forma

$$\min_{(x_1, x_2)} p_1 x_1 + p_2 x_2,\ \text{s.a:}\ u(x_1, x_2) = u \tag{5}$$

é dicir, elixindo a cesta coa que se obtén un determinado nivel de utilidade da forma máis barata posible, dados os prezos dos bens. A solución do problema (5) dá lugar as funcións de demanda hicksiana ou compensada

$$x_i^{\mathrm{h}} = x_i(p_1, p_2, u),\ i = 1{,}2 \tag{6}$$

coas que podemos obter cal é o gasto mínimo de conseguir una determinado nivel de utilidade, dados os prezos dos bens. Á súa vez, si substituímos estas funcións de demanda na función obxectivo do problema (5), chegamos á cuantificación do gasto mínimo para acadar un determinado nivel de utilidade, dados os prezos dos bens,

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 = p_1 x_1(p_1, p_2, u) + p_2 x_2(p_1, p_2, u) = e(p_1, p_2, u) \tag{7}$$

e dito valor coñécese como función de gasto.

A diferenza fundamental entre as funcións de demanda marshalliana e hicksiana é que as primeiras son observables (porque todos os parámetros dos que dependen son observables), mentres que as segundas non o son (xa que a utilidade

[5] Sobra dicir que cada relación de preferencias dá lugar a distintas funcións de demanda marshalliana.

é unha magnitude ordinal e non observable). De todas formas, as cantidades compradas no equilibrio son as mesmas, independentemente de se son obtidas como funcións de demanda marshalliana ou hicksiana.

A partir da función de demanda marshalliana de cada ben i —e que, como vemos en (3) contén catro variables, tres independentes e unha dependente, razón pola que non é representable graficamente— chégase á curva de demanda de cada ben i —que si é representable graficamente— pasando de catro a dúas variables (unha independente e outra dependente). Para iso, abonda considerar constantes todas as variables independentes da función de demanda que non sexan o prezo do propio ben, p_i. Así chegamos ás curvas de demanda do ben 1 e do ben 2

$$x_1(p_1, \bar{p}_2, \bar{m}) \quad \text{e} \quad x_2(\bar{p}_1, p_2, \bar{m}) \tag{8}$$

respectivamente. Sobra dicir que, por definición, a curva de demanda dun ben é o conxunto de prezos máximos que o consumidor está disposto a pagar polas diferentes cantidades que consume do ben.

As curvas de demanda definidas en (8) pódense representar graficamente denotando o prezo no eixe de ordenadas e a cantidade comprada en abscisas. A partir de aquí, calquera cambio no prezo do ben (a variable que aparece reflectida en ordenadas) produce un *desprazamento ao longo da* curva de demanda, mentres que calquera cambio que se produza no prezo do outro ben e/ou na renda do consumidor (as variables que fixamos e que, polo tanto, non aparecen reflectidas explicitamente nos eixes de coordenadas onde se representa a curva de demanda) dan lugar *a desprazamentos de toda* a curva de demanda.

A forma máis intuitiva e simple de medir o impacto do prezo ou a renda na demanda dun determinado ben (por exemplo, o ben 1) é medir a variación da demanda do ben con respecto á variación no prezo, $\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1}$,, e a variación da demanda do ben con respecto á variación na renda, $\frac{\Delta x_1}{\Delta m}$. Agora ben, o problema desta ratio é que o resultado depende das unidades de medida das cantidades e prezos (ou renda). Nos datos da Táboa 1, onde supuxemos que 1€ equivale a 1,4$,

Táboa 1: O problema das unidades de medida

p_1 (€)	x_1	p_1 ($)	x_1
10	10	14	10
20	5	28	5

estamos supoñendo que a cantidade demandada do ben 1 é de dez unidades cando o seu prezo unitario é 10€ (ou, alternativamente, de 14$) e que diminúe a cinco unidades cando o prezo se duplica. Entón, se utilizamos variacións absolutas das cantidades e os prezos (ou a renda) para cuantificar a sensibilidade da demanda ao prezo (ou á renda), a medida sería

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1} = -\frac{5}{10} = -0{,}5 \qquad (9)$$

se utilizamos euros, e

$$\frac{\Delta x_1}{\Delta p_1} = -\frac{5}{14} = -0{,}357 \qquad (10)$$

se utilizamos dólares. Polo tanto, e dado que o resultado difire, se quixésemos utilizar esta sinxela ratio para medir a sensibilidade da demanda, antes deberiamos poñernos de acordo nas unidades de medida que utilizar.

A forma de conseguir que as unidades de medida non afecten ao resultado é definir as variacións de cantidades e prezos en termos relativos e non absolutos. Ao facelo, estamos definindo a elasticidade (elasticidade-prezo da demanda). Así pois, a elasticidade-prezo da demanda non é máis que un número que se obtén como a variación porcentual da cantidade demandada con respecto á variación porcentual dun prezo, manténdose constante a renda e o prezo do outro ben. Formalmente,

$$\varepsilon_1 = \left|\frac{\%\Delta x_1}{\%\Delta p_1}\right| = \left|\frac{\frac{\Delta x_1}{x_1}}{\frac{\Delta p_1}{p_1}}\right| = \left|\frac{\Delta x_1 p_1}{\Delta p_1 x_1}\right| \qquad (11)$$

e tomamos o valor absoluto para que o valor da elasticidade pase de negativo (a cantidade e o prezo móvense sempre en sentidos opostos) a positivo. En particular se o valor da elasticidade é tal que $0 \leq \varepsilon_1 < 1$, dicimos que a demanda en ríxida (en cuxo caso a demanda infra-reacciona ao cambio de prezo), mentres que se $1 < \varepsilon_1 < \infty$, dicimos que é elástica (en cuxo caso, sobre-reacciona). O mesmo para o ben 2.

Así mesmo, a partir da función de demanda marshalliana de cada ben i, $i = 1{,}2$, tamén se chega á curva de Engel considerando constantes todas as variables independentes da función de demanda correspondente que non sexan a renda do consumidor, m. Así, as curvas de Engel dos bens 1 e 2 son

$$x_1(\bar{p}_1, \bar{p}_2, m) \ \text{ e } \ x_2(\bar{p}_1, \bar{p}_2, m) \qquad (12)$$

respectivamente. E a forma de medir a sensibilidade da demanda aos cambios na renda do consumidor é facelo a través da elasticidade-renda da demanda, a cal se define como

$$\eta_1 = \frac{\%\Delta x_1}{\%\Delta m} = \frac{\frac{\Delta x_1}{x_1}}{\frac{\Delta m}{m}} = \frac{\Delta x_1 m}{\Delta m x_1} \qquad (13)$$

e o seu valor pode ser negativo ou positivo. Se é negativo, dicimos que o ben en cuestión é inferior; se é positivo, dicimos que é normal.

Vexamos algúns casos de preferencias concretas e analicemos o proceso de obtención do equilibrio do consumidor.

Bens substitutivos perfectos. Neste caso o consumidor substitúe os bens a unha taxa constante, polo que a RMS entre eles non depende dos niveis de consumo. Dado que as preferencias non son regulares,[6] a condición de tanxencia non é necesaria nin suficiente para definir a cantidade óptima que hai que consumir dos bens. Polo tanto, cando os bens son substitutos perfectos non podemos utilizar

[6] Non son estritamente convexas.

o cálculo para determinar o equilibrio do consumidor. No seu lugar, temos que comparar a pendente da recta presupostaria coa pendente das rectas de indiferenza para encontrar así a recta de indiferenza que, axustándose á RP, estea o máis lonxe posible da orixe.

En efecto, se a función de utilidade é $u(x_1, x_2) = ax_1 + bx_2$, onde $a, b > 0$, o problema do consumidor defínese formalmente como

$$\max_{(x_1,x_2)} ax_1 + bx_2,\ \text{s.a: } p_1x_1 + p_2x_2 \leq m \tag{14}$$

e a súa solución é, xeralmente, de esquina, no que o consumidor se especializa no consumo dun dos bens. En particular, vén dada polas funcións de demanda (marshalliana)

$$x_1^{\mathrm{m}} = x_1(p_1, p_2, m) = \frac{m}{p_1} \ \text{ e } \ x_2^{\mathrm{m}} = x_2(p_1, p_2, m) = 0,\ \text{se } \frac{p_1}{p_2} < \frac{a}{b} \tag{15}$$

é dicir, se a RP é menos inclinada ca as rectas de indiferenza, ou polas funcións de demanda

$$x_1^{\mathrm{m}} = x_1(p_1, p_2, m) = 0 \ \text{ e } \ x_2^{\mathrm{m}} = x_2(p_1, p_2, m) = \frac{m}{p_2},\ \text{se } \frac{p_1}{p_2} > \frac{a}{b} \tag{16}$$

é dicir, se a RP é máis inclinada ca as rectas de indiferenza. Finalmente, no caso de que $\frac{p_1}{p_2} = \frac{a}{b}$,, a RP coincide cunha recta de indiferenza e, polo tanto, a cantidade óptima demandada de cada ben i queda indeterminada, se ben está situada sobre a RP, co cal pode ser calquera valor situado entre 0 e $\frac{m}{p_i}$.[7]

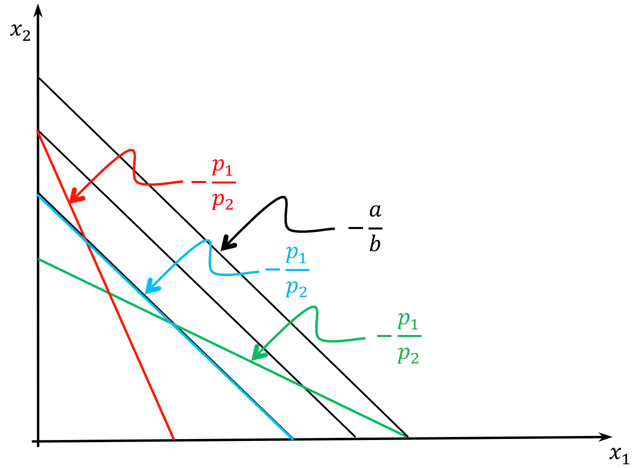
De forma sintética, as funcións de demanda marshalliana no caso de bens substitutos perfectos son, pois,

$$(x_1^{\mathrm{m}}, x_2^{\mathrm{m}}) = \begin{cases} \left(\frac{m}{p_1}, 0\right), \text{se } \frac{p_1}{p_2} < \frac{a}{b} \\ \left(0, \frac{m}{p_2}\right), \text{se } \frac{p_1}{p_2} > \frac{a}{b} \\ \left(\left[0, \frac{m}{p_1}\right], \left[\frac{m}{p_2}, 0\right]\right), \text{se } \frac{p_1}{p_2} = \frac{a}{b} \end{cases} \tag{17}$$

e efectivamente compróbase que, cando o equilibrio é de esquina, ese equilibrio é único; se é interior, entón é múltiple, xa que o número de posibles equilibrios é infinito, todos eles situados sobre a RP. Graficamente

[7] Véxase o apéndice ao final deste capítulo onde se discute o método de Kuhn-Tucker para resolver o problema de maximización da utilidade e que permite caracterizar e obter solucións interiores e de esquina ao mesmo tempo.

Figura 5: Os tres posibles tipos de equilibrio con bens substitutivos perfectos

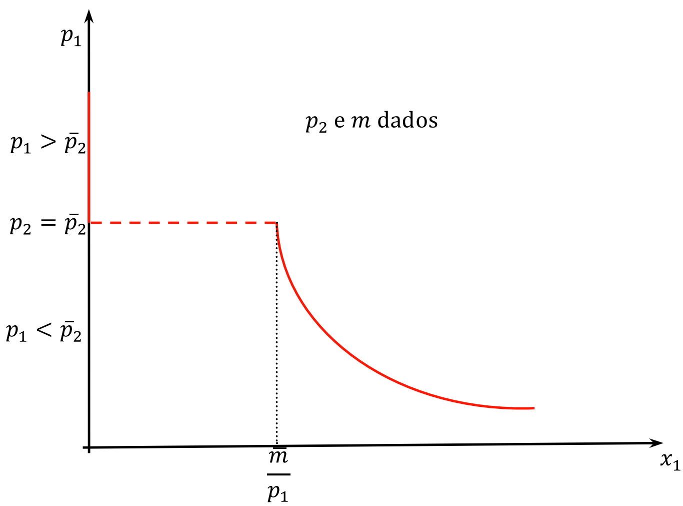


Das funcións de demanda marshalliana dadas en (17) pásase ás correspondentes curvas de demanda facendo que a única variable independente sexa o prezo do ben en cuxa curva de demanda estamos interesados. Por exemplo, supoñendo que $a = b$, a curva de demanda do ben 1 obtense a partir da función de demanda marshalliana do ben 1, $x_1^{\mathrm{m}} = x_1(p_1, p_2, m)$, simplemente facendo que p_1 varíe, e que p_2 e m permanezan constantes, co cal

$$x_1(p_1, \bar{p}_2, \bar{m}) = \begin{cases} 0, \text{se } p_1 > \bar{p}_2 \\ \left[0, \frac{\bar{m}}{p_1}\right], \text{se } p_1 = \bar{p}_2 \\ \frac{\bar{m}}{p_1}, \text{se } p_1 < \bar{p}_2 \end{cases} \quad (18)$$

e a representación gráfica de (18) é a que aparece na Figura 6.

Figura 6: A curva de demanda do ben 1 cando é substitutivo perfecto do 2 e $a = b$



Bens complementarios perfectos. As preferencias sobre estes bens represéntanse mediante unha función de utilidade Leontief, tal como

$$u(x_1, x_2) = \text{mín}\{ax_1, bx_2\} \tag{19}$$

Para encontrar a solución para o problema de optimización

$$\max_{(x_1, x_2)} \text{mín}\{ax_1, bx_2\}, \text{ s.a: } p_1x_1 + p_2x_2 \leq m \tag{20}$$

hai que ter en conta que as preferencias definidas en (19) tampouco son regulares (as CI non son estritamente convexas respecto á orixe; só son debilmente convexas coma no caso dos bens substitutivos perfectos). Polo tanto, a condición de tanxencia non será necesaria nin tampouco suficiente para definir o óptimo. Dito doutro xeito, non podemos utilizar a condición de tanxencia entre a restrición presupostaria e a curva de indiferenza máis afastada posible da orixe, porque a función de utilidade (19) non é diferenciable e, polo tanto, a RMS non está definida para poder comparala coa ratio de prezos. Polo tanto, con bens complementarios estamos obrigados a determinar o equilibrio por unha vía distinta á do cálculo.

A forma de obter o óptimo é tendo en conta que se o prezo dos bens é positivo (como así é), o consumidor nunca quererá comprar máis unidades dun ben cuxa valoración marxinal é nula.[8] Polo tanto, no óptimo, para obter o nivel de utilidade , o consumidor sempre quererá comprar as cantidades dos bens 1 e 2 que satisfán a condición

$$ax_1 = bx_2 = u \tag{21}$$

xunto coa condición $p_1x_1 + p_2x_2 = m$. Resolvendo (21), obtense que as demandas condicionadas ou hicksianas dos bens,

$$x_1^{\text{h}} = x_1(p_1, p_2, u) = \frac{u}{a} \text{ e } x_2^{\text{h}} = x_2(p_1, p_2, u) = \frac{u}{b} \tag{22}$$

son totalmente inelásticas (con respecto ao prezo), xa que non dependen en absoluto do prezo. Isto quere dicir que cando varía o prezo dun ben non existe efecto substitución (nin directo nin tampouco cruzado). Todo o efecto será efecto renda.

Á súa vez, as demandas ordinarias ou marshallianas dos bens obtéñense a partir das condicións

$$ax_1 = bx_2 \tag{23}$$

e

$$p_1x_1 + p_2x_2 = m \tag{24}$$

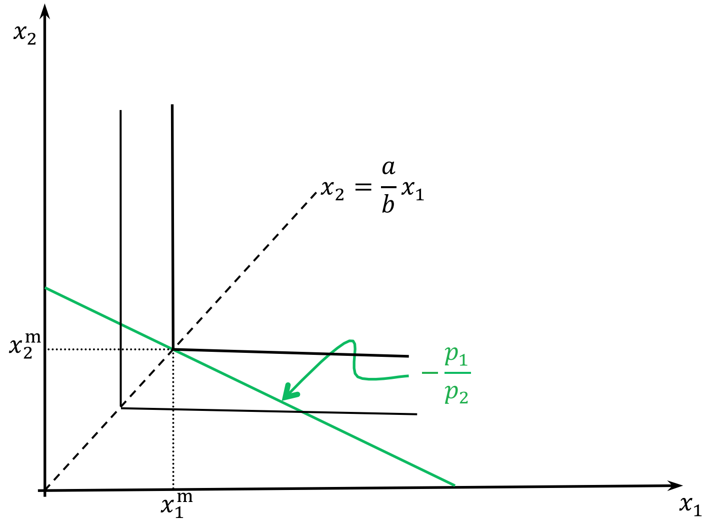
as cales, unha vez resoltas, dan lugar a

$$x_1^{\text{m}} = x_1(p_1, p_2, m) = \frac{m}{\left(p_1 + p_2\frac{a}{b}\right)} \text{ e } x_2^{\text{m}} = x_2(p_1, p_2, m) = \frac{m}{\left(p_1\frac{a}{b} + p_2\right)} \tag{25}$$

co cal estas demandas si cambian ao variar os prezos.

[8] Porque estaría gastando recursos no ben e non estaría obtendo satisfacción ningunha a cambio, o cal non sería racional.

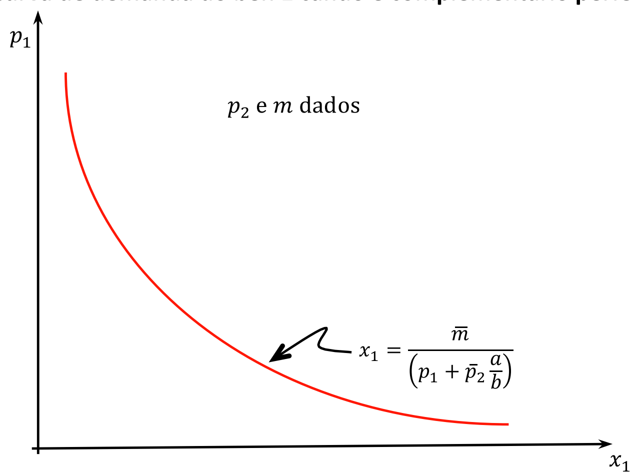
Figura 7: O equilibrio con bens complementarios perfectos



É dicir, non hai efecto substitución asociado ao cambio no prezo dun ben tal como se deduce de (22), pero si efecto renda como se pode deducir de (25). Polo tanto, cando as preferencias son de tipo Leontief, todo o efecto que produce un cambio no prezo dun ben sobre a cantidade demandada do mesmo (efecto total) é efecto renda exclusivamente.

A partir de (25), a curva de demanda do ben 1 (por exemplo) obtense, sen máis que fixar os valores de m e p_2, co cal $x_1^{\mathrm{m}} = x_1(p_1, \bar{p}_2, \overline{m}) = \frac{\overline{m}}{\left(p_1 + \bar{p}_2 \frac{a}{b}\right)}$ será a curva de demanda. Graficamente, temos unha curva decrecente e, en particular, unha hipérbole equilátera.

Figura 8: A curva de demanda do ben 1 cando é complementario perfecto do ben 2



Nos casos que veñen a continuación, as demandas determínanse utilizando o cálculo porque as CI son estritamente cóncavas con respecto á orixe.

Preferencias Cobb-Douglas. Como sabemos, as preferencias Cobb-Douglas represéntanse mediante a función de utilidade

$$u(x_1, x_2) = x_1^a x_2^b \tag{26}$$

onde a e b son parámetros estritamente positivos que indican a intensidade das preferencias cara ao ben 1 e o ben 2, respectivamente. Canto maior sexa o parámetro a (o parámetro b), máis achega o ben 1 (o ben 2) ao logro de utilidade. Estas preferencias dan lugar a CI que son estritamente convexas con respecto á orixe e asintóticas con respecto aos dous eixos,[9] polo que o problema do consumidor se pode resolver utilizando o cálculo.

En efecto, o problema do consumidor

$$\max_{(x_1,x_2)} x_1^a x_2^b, \text{ s.a: } p_1 x_1 + p_2 x_2 \leq m \tag{27}$$

pódese resolver de dúas maneiras. Unha é ter en conta que a RMS vén dada por

$$RMS = \frac{ax_2}{bx_1} \tag{28}$$

co cal o óptimo está definido pola condición $\frac{ax_2}{bx_1} = \frac{p_1}{p_2}$, é dicir, por

$$x_2 = \frac{bp_1x_1}{ap_2} \tag{29}$$

e tendo en conta que ha de verificarse tamén a RP en forma de igualdade, $p_1x_1 + p_2x_2 = m$, resulta

$$p_1x_1 + p_2\frac{bp_1x_1}{ap_2} = m \tag{30}$$

de onde se obtén

$$x_1(p_1, p_2, m) = \frac{am}{(a+b)p_1} \tag{31}$$

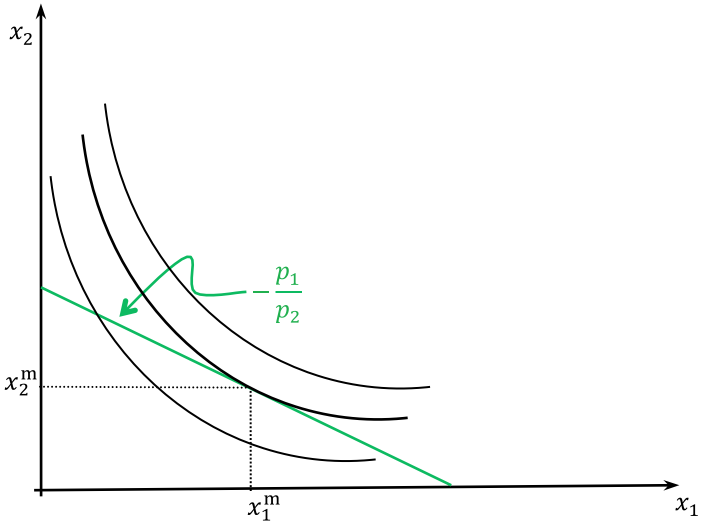
como función de demanda marshalliana do ben 1. Finalmente, volvendo a (29), obtense

$$x_2(p_1, p_2, m) = \frac{bm}{(a+b)p_2} \tag{32}$$

como función de demanda marshalliana do ben 2. Graficamente, temos a situación ilustrada na Figura 9.

[9] Que sexan asintóticas con respecto aos eixes poder ser interpretado como que os dous bens son imprescindibles para o consumidor e, polo tanto, consumirá unha cantidade positiva de cada un deles.

Figura 9: Ilustración do equilibrio cando as preferencias son de tipo Cobb-Douglas



A forma alternativa de obter as demandas dos bens 1 e 2 consiste en resolvendo o problema (27) mediante a técnica dos multiplicadores de Labrange. Esta técnica consiste en combinar a función de utilidade coa restrición presupostaria de forma que permite reescribir o problema de optimización condicionada definido en (23) coma se fose un problema de maximización non condicionado, dado por

$$\max_{(x_1,x_2,\lambda)} x_1^a x_2^b + \lambda(m - p_1x_1 - p_2x_2) \tag{33}$$

e onde agora a nova función obxectivo, $\mathcal{L} = x_1^a x_2^b + \lambda(m - p_1x_1 - p_2x_2)$, se coñece como función auxiliar de Lagrange. A partir de aquí, as CPO necesarias para resolver o problema (29) son

$$0 = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1} = a x_1^{a-1} x_2^b - \lambda p_1 \tag{34}$$

$$0 = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2} = b x_1^a x_2^{b-1} - \lambda p_2 \tag{35}$$

e

$$0 = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = m - p_1x_1 - p_2x_2 \tag{36}$$

Das varias formas que existen para resolver o sistema de ecuacións (34)-(36), talvez a máis inmediata é despexar λ nas dúas primeiras, despois igualar para despexar x_1 en función de x_2 (ou viceversa) e finalmente utilizar (36). Se o facemos así, entón

$$\lambda = \frac{a x_1^{a-1} x_2^b}{p_1} \tag{34a}$$

e

$$\lambda = \frac{bx_1^a x_2^{b-1}}{p_2} \tag{35a}$$

co cal se os lados esquerdos de (34a) e (35a) son iguais, tamén o serán os lados dereitos, é dicir, $\frac{ax_1^{a-1}x_2^b}{p_1} = \frac{bx_1^a x_2^{b-1}}{p_2}$, de onde se obtén $x_1 = \frac{ap_2x_2}{bp_1}$. Finalmente, utilizando (36), resulta $m = p_1x_1 - p_2x_2 \Leftrightarrow m = p_1\frac{ap_2x_2}{bp_1} - p_2x_2$, co cal

$$x_2 = \frac{bm}{(a+b)p_2} \tag{37}$$

é a función de demanda marshalliana do ben 2, mentres que

$$x_1 = \frac{am}{(a+b)p_1} \tag{38}$$

é a demanda marshalliana do ben 1. A partir de aquí, a forma de obter as respectivas curvas de demanda é semellante á analizada anteriormente.

Preferencias cuasi-lineais. Se, por exemplo, a función de utilidade é $u(x_1, x_2) = x_1 + \sqrt{x_2}$, as preferencias sobre os bens 1 e 2 son estritamente convexas aínda que as correspondentes CI non son asintóticas con respecto aos dous eixes, senón que tocan o eixe que mide a cantidade do ben 2.[10] Polo tanto, dada a estrita convexidade das CI, da condición de tanxencia

$$RMS_1^2 = \frac{1}{\frac{1}{2\sqrt{x_2}}} = \frac{p_1}{p_2} \tag{39}$$

pódese obter directamente a demanda do ben 2 como

$$x_2^{\mathrm{m}} = x_2(p_1, p_2, m) = \left(\frac{p_1}{2p_2}\right)^2 \tag{40}$$

e, finalmente, a demanda do ben 1 é a que resulta da RP, $p_1x_1 + p_2\left(\frac{p_1}{2p_2}\right)^2 = m$, de onde

$$x_1^{\mathrm{m}} = x_1(p_1, p_2, m) = \frac{m}{p_1} - \frac{p_1}{4p_2} \tag{41}$$

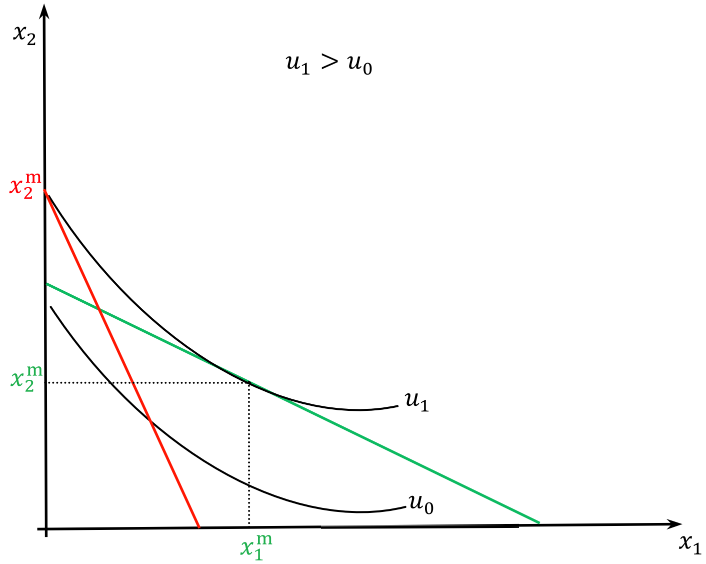
En (40) obsérvase que a demanda do ben 2 non depende da renda do consumidor, é dicir, este ben é neutral fronte á renda, sempre que a cantidade consumida do ben 1 en (41) sexa positiva, o cal sucede se $m > \frac{p_1^2}{4p_2}$. Polo contrario, se $m \leq \frac{p_1^2}{4p_2}$, é evidente que $x_1^{\mathrm{m}} = 0$ en (41) e, en consecuencia, como a renda ha de ser gastada no ben 2, resulta $x_2^{\mathrm{m}} = \frac{m}{p_2}$. En definitiva, as demandas marshallianas dos bens cando as preferencias son lineais no ben 1 e estritamente convexas no ben 2 son

[10] Polo tanto, o consumidor pode prescindir do ben 1 en determinadas circunstancias.

$$\left(x_1^{\mathrm{m}}(\cdot), x_2^{\mathrm{m}}(\cdot)\right) = \begin{cases} \left(\left(\frac{m}{p_1} - \frac{p_1}{4p_2}, \left(\frac{p_1}{2p_2}\right)^2\right)\right), & \text{se } m > \frac{p_1^2}{4p_2} \\ \left(0, \frac{m}{p_2}\right), & \text{se } m \leq \frac{p_1^2}{4p_2} \end{cases} \tag{42}$$

A ilustración gráfica dos dous equilibrios definidos en (42) é a que aparece na Figura 10.

Figura 10: O equilibrio interior e o equilibrio de esquina en función da posición que adopte a RP



3. Estudo de casos

■ **Estudo de caso 1.** As preferencias que un individuo ten sobre os bens 1 e 2 veñen representadas pola función de utilidade $u(x_1, x_2) = x_1^{1/2} x_2^{1/2}$. Os prezos dos bens son p_1 e p_2, mentres que a renda do individuo para gastar en consumo é m. Tanto os prezos coma a renda están expresados en euros.

(a) Obter as funcións de demanda de cada un dos bens, así como as cantidades demandadas cando $p_1 = 2$, $p_2 = 3$ e $m = 50$. Obter tamén a curva de demanda de cada un dos bens.

(b) Como debe distribuír a renda entre os dous bens?

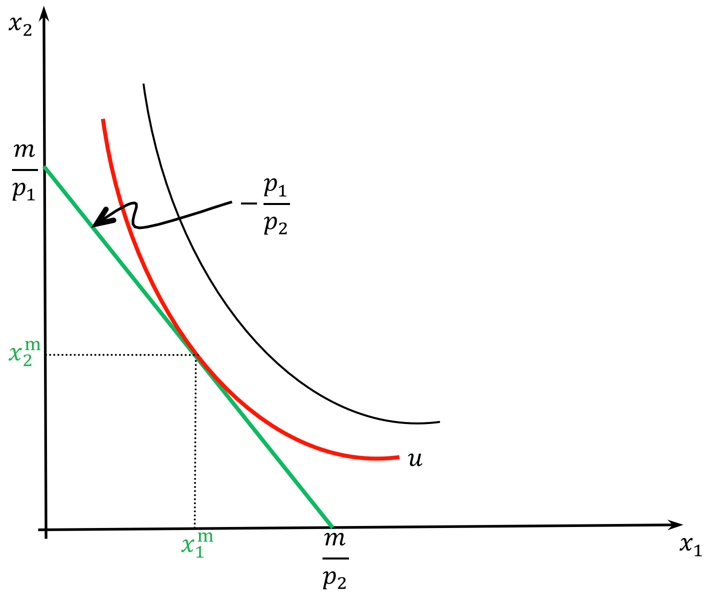
(c) Obter as funcións de demanda hicksianas de cada un dos bens.

(d) Se ao individuo o aburre o ben 1, de forma que pasa a valoralo a metade ca antes, como cambia a distribución da renda entre os dous bens?

Discusión

(a) Como estamos ante unha función de utilidade Cobb-Douglas, as CI teñen a típica forma decrecente, estritamente convexa e son asintóticas respecto aos eixes. En efecto, a expresión da CI de nivel u é $x_2(x_1) = \frac{u^2}{x_1}$, a partir da cal é inmediato verificar que $x_2'(\cdot) < 0$ e $x_2''(\cdot) > 0$. Ademais, dado que $\lim_{x_1 \to 0} x_2 = \infty$ e $\lim_{x_1 \to \infty} x_2(\cdot) = 0$, a función que define a CI de nivel u ten unha asíntota vertical, $x_1 = 0$, e unha asíntota horizontal, $x_2 = 0$. Graficamente, a situación de equilibrio ilústrase tal como se indica na Figura 11.

Figura 11: Ilustración gráfica do equilibrio do consumidor



Polo tanto, está garantido que o equilibrio será único e interior. Para obter as funcións de demanda (marshallianas) dos bens que configuran o mencionado equilibrio, podemos seguir dous camiños. Un é utilizar a condición que caracteriza o equilibrio, a igualdade da pendente da CI e da RP,

$$\frac{x_2}{x_1} = \frac{p_1}{p_2} \tag{43}$$

co cal resulta $x_2 = \frac{p_1 x_1}{p_2}$. Se, por outra parte, temos en conta a RP, $p_1 x_1 + p_2 x_2 = m$, chegamos a $2p_1 x_1 = m$, de onde $x_1 = \frac{m}{2p_1}$. Polo tanto, $x_2 = \frac{p_1 \frac{m}{2p_1}}{p_2} = \frac{m}{2p_2}$. En definitiva, as funcións de demanda marshalliana son[11]

[11] Aínda que neste caso particular a función de demanda de cada ben *i, i* = 1,2, non depende do prezo do ben *j*, *j* = 1,2, *j* ≠ *i*, en xeral si depende e por iso incluímos os prezos de todos os bens e a renda como argumentos da función de demanda de cada ben *i*.

$$x_1(p_1,p_2,m)=\frac{m}{2p_1} \quad \text{e} \quad x_2(p_1,p_2,m)=\frac{m}{2p_2} \tag{44}$$

A forma alternativa (método de Lagrange) de chegar ao resultado reflectido en (40) é resolver o problema

$$\max_{(x_1,x_2)} x_1^{1/2}x_2^{1/2}, \text{ s.a: } p_1x_1+p_2x_2\leq m \tag{45}$$

tendo en conta que a RP se cumpre en igualdade. En (45) temos un problema de maximización condicionada e, para transformalo nun equivalente de maximización non condicionada, utilizamos a función auxiliar de Lagrange, a cal se define como

$$\mathcal{L}(x_1,x_2,\lambda)=x_1^{1/2}x_2^{1/2}+\lambda(m-p_1x_1-p_2x_2) \tag{46}$$

e onde λ é o chamado multiplicador de Lagrange. A partir de aquí, resolver (46) equivale a resolver

$$\max_{(x_1,x_2,\lambda)} \mathcal{L}(x_1,x_2,\lambda) \tag{47}$$

Formulando o sistema de ecuacións formado polas CPO

$$0=\frac{\partial\mathcal{L}(x_1,x_2,\lambda)}{\partial x_1}=\frac{1}{2}x_1^{-\frac{1}{2}}x_2^{\frac{1}{2}}-\lambda p_1 \tag{48}$$

$$0=\frac{\partial\mathcal{L}(x_1,x_2,\lambda)}{\partial x_2}=\frac{1}{2}x_1^{\frac{1}{2}}x_2^{-\frac{1}{2}}-\lambda p_2 \tag{49}$$

e

$$0=\frac{\partial\mathcal{L}(x_1,x_2,\lambda)}{\partial \lambda}=m-p_1x_1-p_2x_2 \tag{50}$$

e resolvéndoo chégase ao mesmo resultado ca o obtido anteriormente. É importante destacar que as CPO (48)-(50) son necesarias para definir o máximo, pero non suficientes; é dicir, é posible que cumpríndose as mencionadas CPO, non teñamos un máximo senón un mínimo. Para garantir que as CPO son necesarias e, ademais, suficientes, temos que botar man das CSO. Aquí non as formulamos porque resultan algo difíciles para a audiencia que pretende atender este manual.

Para pasar das funcións de demanda ás cantidades demandadas para uns determinados valores dos prezos e da renda, simplemente temos que avaliar as respectivas funcións de demanda neses valores de prezos e renda. No presente caso, as cantidades compradas son

$$x_1(2,3,50)=\frac{25}{2} \quad \text{e} \quad x_2(2,3,50)=\frac{25}{3} \tag{51}$$

e, efectivamente, pódese comprobar que o gasto que implican esas cantidades demandadas esgota a renda, pois $2\cdot\frac{25}{2}+3\cdot\frac{25}{3}=50$.

Por último, a diferenza entre a función de demanda e a curva de demanda dun ben é que a función de demanda é a relación que os prezos de todos os bens e a renda do consumidor teñen coa cantidade consumida do ben en cuestión que maximiza a utilidade do consumidor. A curva de demanda, con todo, é simplemente a relación existente entre o prezo do ben e a cantidade comprada del, dados os valores que adoptan as demais variables das que depende a cantidade comprada do ben, isto é, os prezos dos demais bens e a renda do consumidor. No noso caso, a partir da función de demanda marshalliana do ben 1, $x_1(p_1, p_2, m) = \frac{m}{2p_1}$, se tomamos como constantes todas as variables independentes distintas de (isto é, se tomamos como constante), temos

$$x_1(p_1) = \frac{\bar{m}}{2p_1} = \frac{\bar{m}}{2}\frac{1}{p_1} \tag{52}$$

como curva de demanda do ben 1. Esta curva de demanda reflicte a relación (decrecente) entre o prezo do ben 1 e a cantidade demandada del no óptimo, dada a renda do consumidor. Como se ve, só contén dúas variables e, por esa razón, pódese representar facilmente nun gráfico de dúas dimensións no que se mide o prezo p_1 en ordenadas e a cantidade comprada x_1 en abscisas.[12] Isto non ocorre, en cambio, coa función de demanda, xa que nela o número total de variables é superior a dúas.

Analogamente, a partir de $x_2(p_1, p_2, m) = \frac{m}{2p_2}$, se tomamos como constantes todas as variables independentes distintas de p_2, isto é, se tomamos como constante m, temos

$$x_2(p_2) = \frac{\bar{m}}{2p_2} = \frac{\bar{m}}{2}\frac{1}{p_2} \tag{53}$$

como curva de demanda do ben 2. Obviamente, as curvas de demanda (52) e (53) pódense inverter para obter a curva de demanda inversa do ben 1

$$p_1(x_1) = \frac{\bar{m}}{2x_1} \tag{52a}$$

e a do ben 2

$$p_2(x_2) = \frac{\bar{m}}{2x_2} \tag{53a}$$

Agora, a curva de demanda inversa do ben 1 representa o prezo máximo —prezo de reserva— que o consumidor está disposto a pagar por cada cantidade consumida do ben (e obter a correspondente utilidade) antes que deixar de consumir esa cantidade (e, en consecuencia, non obter nada de utilidade).

[12] A pesar de que o habitual en termos matemáticos é medir en abscisas a variable independente e en ordenadas a dependente.

(b) Para analizar a distribución da renda do consumidor no equilibrio, abonda con calcular canto gasta en cada ben. No ben 1 gasta $p_1 x_1 = p_1 \frac{m}{2p_1} = \frac{m}{2}$, mentres que no ben 2 gasta $p_2 x_2 = p_2 \frac{m}{2p_2} = \frac{m}{2}$. É dicir, a metade da renda que ten gástaa no ben 1 e a outra metade no ben 2, con independencia do prezo que teña cada un. Desta forma, o prezo do ben inflúe na cantidade que se pode comprar del, pero non na proporción do gasto que representa o ben. A explicación deste resultado radica no valor do expoñente de cada ben na función de utilidade, o cal representa a intensidade das preferencias cara a cada ben. Coma no presente caso, ese expoñente é ½ para o ben 1 e o ben 2, de aí que o 50% da renda deba ser gastada no ben 1 e o outro 50% no ben 2.

(c) As funcións de demanda hicksianas ou compensadas derívanse de alcanzar un determinado nivel de utilidade, ou, ao menor custo posible. Ao igual ca no caso das demandas marshallianas ou ordinarias, existen dúas vías para determinar esas demandas. Se eliximos a CI de nivel e buscamos a RP máis próxima á orixe coa que alcanzar esa CI, é evidente que esa RP é a recta tanxente á mencionada CI, polo que a condición de tanxencia $RMS = \frac{p_1}{p_2}$ segue cumpríndose, é dicir,

$$\frac{x_2}{x_1} = \frac{p_1}{p_2} \tag{54}$$

de onde

$$x_2 = \frac{p_1 x_1}{p_2} \tag{55}$$

e tendo en conta a CI de nivel u, $x_1^{1/2} x_2^{1/2} = u$, chegamos a $x_1^{\frac{1}{2}} \left(\frac{p_1 x_1}{p_2}\right)^{\frac{1}{2}} = u$,, é dicir, a $x_1 \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1}{2}} = u$, co cal $x_1 = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1}{2}} u$ é a función de demanda hicksiana do ben 1. Por último, substituíndo en (51), chegamos a $x_2 = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1}{2}} u$. En definitiva, as funcións de demanda hicksiana dos bens 1 e 2 son

$$x_1^{\mathrm{h}}(p_1, p_2, u) = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1}{2}} u \quad \text{e} \quad x_2^{\mathrm{h}}(p_1, p_2, u) = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1}{2}} u \tag{56}$$

respectivamente. Como se pode comprobar en (56), as funcións de demanda hicksianas dependen dos prezos de todos os bens e do nivel de utilidade (que o consumidor fixou como obxectivo), non da renda. Como queira que a utilidade é un concepto non medible cardinalmente (ou non observable), as funcións de utilidade hicksianas non son cuantificables ou observables coma as marshallianas. A pesar diso, son importantes para descompoñer o efecto que, na demanda dun ben, produce o cambio no prezo dese ben ou do outro ben. Como veremos na seguinte UD, ese efecto (total) vaise poder descompoñer en dous efectos. Un efecto (substitución) debido a que, ao cambiar o prezo relativo dos bens, o consumidor modificará a súa elección inicial substituíndo o ben máis caro polo máis barato —substitución que será maior ou menor en función das preferencias do consumidor— e outro efecto (renda) provocado porque coa mesma renda de antes o consumidor ten máis ou menos poder adquisitivo, segundo o prezo que variou baixase ou aumentase. Pois ben, a contía do efecto substitución dánola a variación experimentada pola función de demanda hicksiana do ben en cuestión.

A outra forma de obter as demandas hicksianas consiste en formular o problema de minimización condicionada

$$\min_{(x_1,x_2)} p_1x_1 + p_2x_2, \text{ s.a: } x_1^{1/2}x_2^{1/2} \geq u \tag{57}$$

e, a continuación, resolvelo converténdoo nun equivalente que non estea condicionado. Coma no caso do programa para obter as demandas hicksianas, a forma de ter un problema de minimización non condicionado equivalente a (53) é construír o lagrangiano correspondente

$$\mathcal{L}(x_1,x_2,\mu) = p_1x_1 + p_2x_2 + \mu\left(u - x_1^{1/2}x_2^{1/2}\right) \tag{58}$$

e onde agora μ é o multiplicador de Lagrange. De novo formulando as CPO e resolvéndoas, chegamos ás demandas hicksianas dadas en (56).

(d) Que ao individuo o aburra o ben 1 e pase a valoralo a metade ca antes significa que a súa RMS variou. En efecto, se antes era $RMS = \frac{dx_2}{dx_1} = \frac{x_2}{x_1}$, quería dicir que o individuo estaba disposto a dar $\frac{x_2}{x_1}$ unidades do ben 2 a cambio dunha unidade do ben 1. (E vese como esta proporción diminúe a medida que o consumidor ten máis cantidade do ben 1.) Se agora o consumidor valora o ben 1 a metade ca antes, entón está disposto a dar a metade de unidades do ben 2 que estaba disposto antes a cambio dunha unidade do ben 1, co cal a RMS pasou a ser $RMS = \frac{dx_2}{dx_1} = \frac{1}{2}\frac{x_2}{x_1}$ ou, o que é o mesmo, as CI non son tan inclinadas coma antes. Pois ben, a partir da condición de tanxencia

$$\frac{1}{2}\frac{x_2}{x_1} = \frac{p_1}{p_2} \tag{59}$$

e da RP, $p_1x_1 + p_2x_2 = m$, podemos replicar a análise efectuada antes para obter as novas funcións de demanda marshalliana

$$x_1^{\mathrm{m}}(p_1,p_2,m) = \frac{m}{3p_1} \quad \text{e} \quad x_2^{\mathrm{m}}(p_1,p_2,m) = \frac{2m}{3p_2} \tag{60}$$

co cal o consumidor gasta a terceira parte da renda, $p_1x_1 = \frac{m}{3}$, no ben 1 e as dúas terceiras partes restantes, $p_2x_2 = \frac{2m}{3}$, no ben 2. É dicir, co cambio de gustos que sofre o consumidor en detrimento do ben 1, pasa a gastar un terzo menos da súa renda ca antes no ben 1 e un terzo máis que antes no ben 2.

Unha forma alternativa de obter o mesmo resultado sería ter en conta que a función de utilidade co cambio de gustos é $u(x_1,x_2) = x_1^{1/4}x_2^{1/2}$, dado que o expoñente de cada ben mide a intensidade con que o consumidor valora ese ben, e a partir desta nova función de utilidade obter as demandas correspondentes e o gasto en cada ben.

■ **Estudo de caso 2.** A utilidade que a un individuo lle proporciona o consumo dos bens 1 e 2 é a dada pola función $u(x_1, x_2) = 2x_1 + x_2$. Os prezos dos bens son, respectivamente, p_1 e p_2, mentres que a renda do individuo é m.

(a) Obter a función de demanda marshalliana para cada un dos bens.

(b) Se $p_1 = 3$, $p_2 = 1$ e $m = 10$, cal é a cantidade comprada de cada un dos bens?

(c) Obter a función de demanda compensada ou hicksiana para os dous bens se o nivel de utilidade que o individuo pretende alcanzar é u.

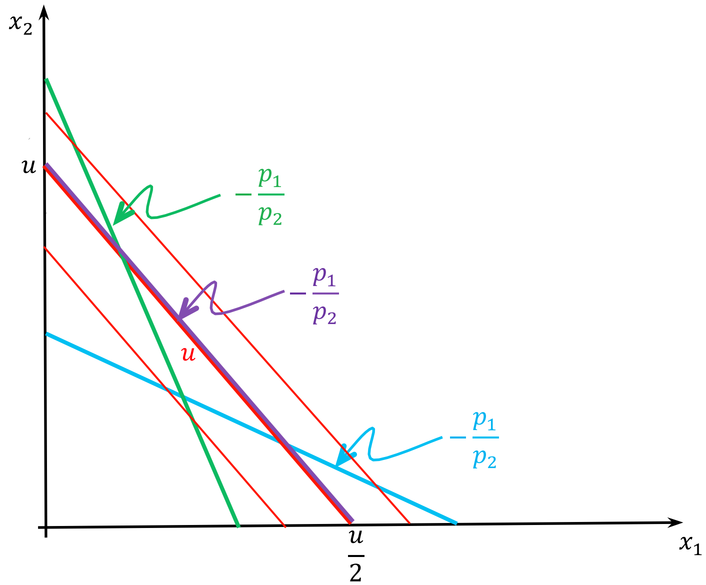
Discusión

(a) Estamos ante preferencias que denotan bens substitutivos perfectos. Neste caso, o método máis produtivo para resolver o problema

$$\max_{(x_1,x_2)} 2x_1 + x_2, \text{ s.a: } p_1x_1 + p_2x_2 \leq m \tag{61}$$

e obter as demandas dos bens é facelo de forma gráfica. As curvas de indiferenza, cuxa expresión é $x_2(x_1; u) = u - 2x_1$, son liñas rectas con pendente -2, mentres que a RP ten como pendente $-\frac{p_1}{p_2}$. Polo tanto, en función do valor que adopten as dúas pendentes, podemos ter tres posibles situacións e, polo tanto, tres posibles equilibrios. Graficamente

Figura 12: Curvas de indiferenza e posibles posicións da RP



- Se $\frac{p_1}{p_2} > 2$, o prezo relativo do ben 1 é maior ca a RMS, polo que a utilidade se maximiza destinando toda a renda a adquirir o ben 2. O ben 1 é moi caro, polo que a forma de comprar o maior número posible de unidades, e maximizar a utilidade, é destinar toda a renda ao ben 2. O equilibrio é único e é de esquina, do tipo $\left(0, \frac{m}{p_2}\right)$.
- Se $\frac{p_1}{p_2} = 2$, a pendente da RP coincide coa da CI e as dúas rectas superpóñense. En consecuencia, calquera punto ou combinación de bens que esgote a renda serve para maximizar a utilidade do consumidor. O equilibrio é interior, pero é múltiple e non único.
- Se $\frac{p_1}{p_2} < 2$, o ben 1 é barato con respecto ao ben 2, polo que é óptimo gastar toda a renda nese ben e non destinar nada ao 2. O equilibrio é único, pero volve ser de esquina, do tipo $\left(\frac{m}{p_1}, 0\right)$.

En resumo, as funcións de demanda marshalliana dos bens 1 e 2 son as dadas por

$$\left(x_1(p_1, p_2, m), x_2(p_1, p_2, m)\right) = \begin{cases} \left(\frac{m}{p_1}, 0\right), \text{se } \frac{p_1}{p_2} < 2 \\ \left(\left[0, \frac{m}{p_1}\right], \left[\frac{m}{p_2}, 0\right]\right), \text{se } \frac{p_1}{p_2} = 2 \\ \left(0, \frac{m}{p_2}\right), \text{se } \frac{p_1}{p_2} > 2 \end{cases} \quad (62)$$

(b) Dados os valores dos prezos, é evidente que $\frac{p_1}{p_2} = 3$ e, polo tanto, estamos na situación na que $\frac{p_1}{p_2} > 2$. No equilibrio, o consumidor gasta, pois, toda a renda no ben 2 e, en consecuencia, as cantidades que compra son $x_1 = 0$ e $x_2 = 10$, e $u = 3 \cdot 0 + 10 = 10$ é a utilidade que obtén.

(c) As demandas hicksianas xorden de resolver o problema

$$\min_{(x_1, x_2)} p_1 x_1 + p_2 x_2, \text{ s.a: } 2x_1 + x_2 \geq u \quad (63)$$

o cal tamén debe ser resolto de maneira gráfica e non analítica.

- Se $\frac{p_1}{p_2} > 2$, o prezo relativo do ben 1 é maior ca a pendente das CI, polo que a forma máis barata de alcanzar a CI de nivel de utilidade é gastando toda a renda no ben 2. O equilibrio é único e é de esquina, do tipo $\left(0, \frac{u}{p_2}\right)$.
- Se $\frac{p_1}{p_2} = 2$, a pendente da RP coincide coa da CI e as dúas rectas superpóñense. En consecuencia, calquera punto ou combinación de bens que esgote a renda serve para obter a utilidade da forma máis barata posible. O equilibrio é interior, pero é múltiple e non único.
- Se $\frac{p_1}{p_2} < 2$, o ben 1 é barato con respecto ao ben 2, polo que é óptimo gastar toda a renda nese ben e non destinar nada ao 2 para alcanzar a utilidade . O equilibrio é único, pero volve ser de esquina, do tipo $\left(\frac{u}{p_1}, 0\right)$.

En resumo, as funcións de demanda hicksiana dos bens 1 e 2 son as dadas por

$$\left(x_1(p_1,p_2,u),x_2(p_1,p_2,u)\right)=\begin{cases}\left(\frac{u}{p_1},0\right),\text{se }\frac{p_1}{p_2}<2\\ \left(\left[0,\frac{u}{p_1}\right],\left[\frac{u}{p_2},0\right]\right),\text{se }\frac{p_1}{p_2}=2\\ \left(0,\frac{u}{p_2}\right),\text{se }\frac{p_1}{p_2}>2\end{cases} \quad (64)$$

▯

■ **Estudo de caso 3.** A utilidade dun individuo cando consome os bens 1 e 2 é a dada pola función $u(x_1,x_2)=\min\{2x_1,x_2\}$. Os prezos dos bens son p_1 e p_2, mentres que a renda do individuo é .

(a) Obter a función de demanda marshalliana para cada un dos bens.

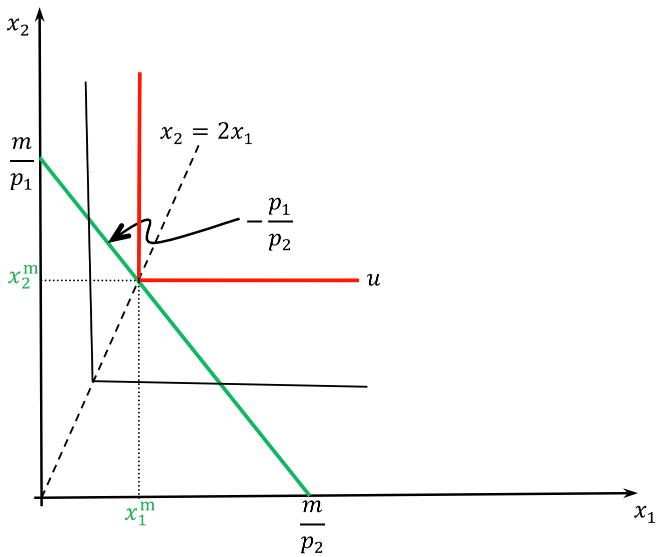
(b) Se $p_1=10$, $p_2=12$ e $m=100$, cal é a cantidade comprada de cada un dos bens?

(c) Obter a función de demanda compensada ou hicksiana para cada un dos bens se o nivel de utilidade que o individuo pretende alcanzar é u.

Discusión

(a) As preferencias son de bens complementarios e dado que a función de utilidade non é diferenciable, non é posible aplicar o enfoque das CPO para obter o óptimo. Se temos en conta que as CI teñen forma de L e que o óptimo está situado no cóbado dunha CI, tal como se ilustra na Figura 13

Figura 13: Ilustración gráfica do equilibrio



a condición $2x_1 = x_2$ xunto coa RP, $p_1x_1 + p_2x_2 = m$, determinan ese óptimo. En efecto, de $p_1x_1 + p_2(2x_1) = m$, resulta $x_1 = \frac{m}{p_1+2p_2}$, de onde $x_2 = 2x_1 = \frac{2m}{p_1+2p_2}$. Así pois, as demandas marshallianas son

$$\left(x_1^{\mathrm{m}}(p_1,p_2,m), x_2^{\mathrm{m}}(p_1,p_2,m)\right) = \left(\frac{m}{p_1+2p_2}, \frac{2m}{p_1+2p_2}\right) \tag{65}$$

(b) Para os valores dados dos prezos e a renda, a cantidade comprada dos bens 1 e 2 é $x_1^{\mathrm{m}}(10,12,100) = \frac{50}{17}$ e $x_2^{\mathrm{m}}(10,12,100) = \frac{100}{17}$, respectivamente; é dicir, o consumidor compra o dobre do ben 2 ca do ben 1.

(c) As demandas hicksianas ou compensadas dos bens obtéñense fixando a utilidade nun determinado nivel u e, a continuación, determinando as cantidades dos bens que permiten alcanzar ese nivel da forma máis barata posible. Formalmente, trátase de resolver o problema

$$\min_{(x_1,x_2)} p_1x_1 + p_2x_2, \text{s. a:} \begin{cases} \min\{2x_1, x_2\} \geq u \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases} \tag{66}$$

Agora ben, dado que a restrición do problema (66) non é unha función diferenciable, non podemos resolver o mencionado problema (66) utilizando o cálculo diferencial. No seu lugar, temos que resolvelo de modo gráfico. Pois ben, a forma máis barata de estar situado na CI de índice é consumir a combinación de bens situada no cóbado da CI, é dicir, a dada pola condición $2x_1 = x_2 = u$. Polo tanto, as demandas hicksianas dos bens son, simplemente, as dadas por

$$x_1^{\mathrm{h}} = x_1(p_1,p_2,u) = \frac{u}{2} \quad \text{e} \quad x_2^{\mathrm{h}} = x_2(p_1,p_2,u) = u \tag{67}$$

e o custo (mínimo) no que hai que incorrer, dados os prezos dos bens, para obter o nivel de utilidade u é

$$p_1x_1^{\mathrm{h}} + p_2x_2^{\mathrm{h}} = \left(\frac{p_1}{a} + \frac{p_2}{b}\right)u \tag{68}$$

É dicir, as demandas compensadas non dependen do prezo de ningún dos bens, polo que se cambia o prezo dun deles, a cantidade demandada cos novos prezos para manter a utilidade constante é a mesma ca antes da variación do prezo. En linguaxe económica, dicimos que o efecto substitución é nulo e, polo tanto, todo o efecto que na cantidade demandada dun ben produce un cambio no seu propio prezo é debido ao cambio de capacidade adquisitiva da renda (efecto renda). □

■ **Estudo de caso 4.** A utilidade dun individuo por consumir os bens 1 e 2 é a dada pola función $u(x_1,x_2) = x_1 + \ln x_2$. Os prezos respectivos dos bens son p_1 e p_2, mentres que a renda do individuo é .

(a) Determinar as demandas marshallianas dos bens 1 e 2 e indíquese de que tipo de bens se trata.

(b) Obter a función de demanda compensada ou hicksiana para cada un dos bens se o nivel concreto de utilidade que o individuo pretende alcanzar é u.

Discusión

(a) As funcións de demanda marshalliana dos bens obtéñense maximizando a utilidade que pode obter o consumidor coa renda que posúe, dados os prezos dos bens. Polo tanto, representan a cantidade óptima de cada ben que ha de elixir o consumidor e que é función dos prezos e a renda. Formalmente, trátase de resolver o problema

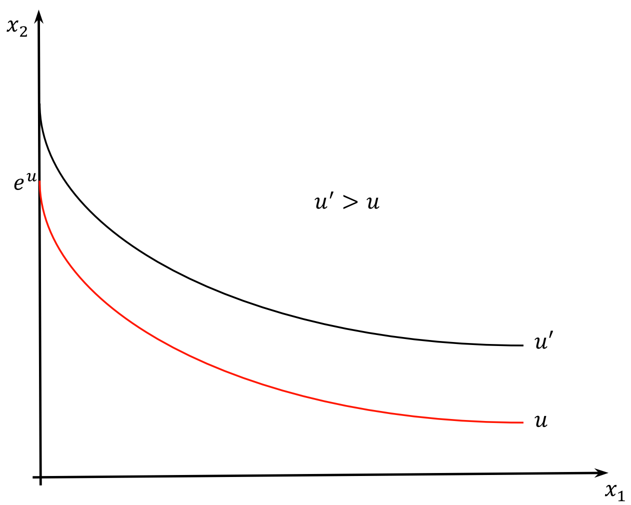
$$\max_{(x_1,x_2)} x_1 + \ln x_2 \,, \text{s. a:} \begin{cases} p_1x_1 + p_2x_2 \leq m \\ \quad x_1 \geq 0 \\ \quad x_2 \geq 0 \end{cases} \tag{69}$$

Antes de resolver o problema (69), vexamos se son posibles ou non as solucións de esquina. Para iso, é conveniente obter a expresión dunha curva do mapa de curvas de indiferenza (CI) e realizar unha análise dela. A CI de nivel u obtense a partir de $u(x_1, x_2) = x_1 + \ln x_2$ como

$$x_2(x_1) = e^{(u-x_1)} \tag{70}$$

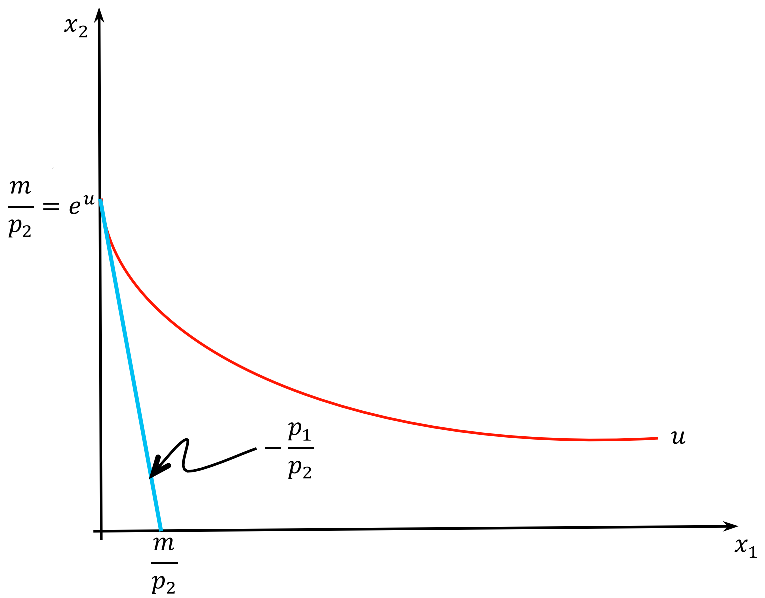
onde é a constante de Euler ou, o que é o mesmo, a base dos logaritmos neperianos. A CI (70) é decrecente, xa que $\frac{\partial x_2}{\partial x_1} = -e^{(u-x_1)} < 0$, e estritamente convexa, porque $\frac{\partial^2 x_2}{\partial x_1^2} = e^{(u-x_1)} > 0$. Ademais, $x_1 = 0$ implica que $x_2 = e^u$, mentres que para que $x_2 = 0$ ha de suceder que $0 = e^{(u-x_1)}$, é dicir, $u - x_1 = -\infty$, co cal $x_1 = \infty$. Polo tanto, as curvas de indiferenza non cortan o eixe x_1, xa que a recta $x_2 = 0$ é unha asíntota horizontal, pero si o eixe x_2 no punto $(0, e^u)$. Graficamente,

Figura 14: A CI de nivel u



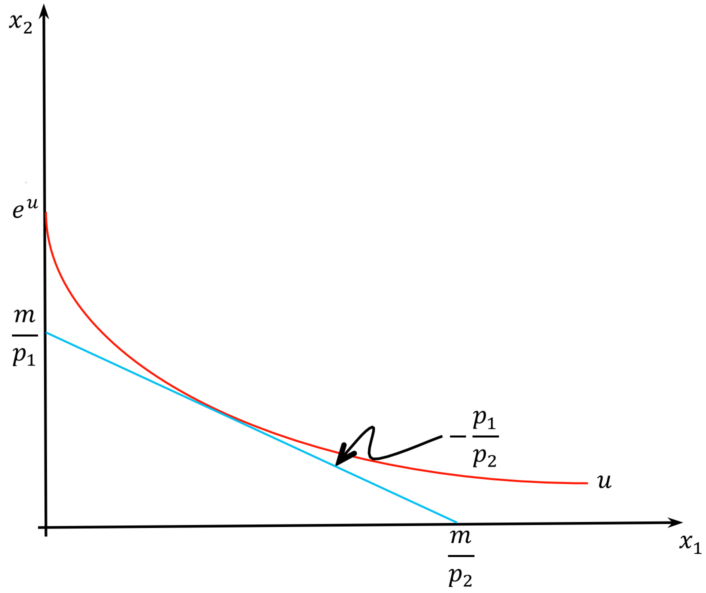
O feito de que as CI «corten» o eixe do ben 2 implica que as solucións esquina do tipo $(0, x_2)$, nas que a cantidade demandada do ben 1 é nula e, polo tanto, toda a renda é gastada no consumo do ben 2, son posibles. En efecto, cando os prezos dos bens e a renda do consumidor adoptan uns valores tales que nos levan a unha situación coma a ilustrada na seguinte figura

Figura 15: Solución de esquina



a combinación de bens que maximiza a utilidade do consumidor é $x_1 = 0$ e $x_2 = \frac{m}{p_2}$, porque a pendente da RP no punto $(0, e^u)$ da CI é maior ou igual —en valor absoluto— ca a da CI —tamén en valor absoluto— calculada nese punto. Se ocorre o contrario, tal como se ilustra na Figura 16

Figura 16: Situación na que a solución é interior



entón a solución é interior e, polo tanto, $x_1 > 0$ e $x_2 > 0$. Naturalmente, isto ocorre porque o prezo relativo na situación ilustrada na Figura 16 é menor ca na ilustrada na Figura 15.

A pendente da curva de indiferenza é $RMS_1^2 = x_2$, e non depende da cantidade consumida do ben 1, só depende da cantidade consumida do ben 2. Polo tanto, esa pendente no punto $(0, e^u)$ é e^u. A demanda do ben 1 é $x_1 = 0$, co cal a do ben 2 é $x_2 = \frac{m}{p_2}$, a cal se obtén directamente da RP. Estas demandas son as que xorden sempre que $\frac{p_1}{p_2} \geq e^u$ ou, alternativamente, sempre que $\frac{p_1}{p_2} \geq \frac{m}{p_2}$, o cal se reduce a $p_1 \geq m$. Podemos dicir que estamos ante un consumidor suficientemente pobre, no sentido de que a súa renda é inferior ao prezo do ben 1.

Polo contrario, se o consumidor é suficientemente rico no sentido de $p_1 < m$, a solución do problema (65) é interior, $(x_1, x_2) \gg 0$, e obtense resolvendo as CPO necesarias para maximizar a correspondente función de Lagrange dada por

$$\mathcal{L}(\cdot) = x_1 + \ln x_2 + \lambda(m - p_1 x_1 - p_2 x_2), \quad (71)$$

e as CPO que caracterizan un máximo de (67) son

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1} = 1 - \lambda p_1 = 0 \quad (72)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2} = \frac{1}{x_2} - \lambda p_2 = 0 \quad (73)$$

e

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = m - p_1 x_1 - p_2 x_2 = 0 \tag{74}$$

Resolvendo (72)-(74), resulta $x_2(p_1, p_2, m) = \frac{p_1}{p_2}$ e, tendo en conta ademais a RP, obtense finalmente $x_1(p_1, p_2, m) = \frac{m}{p_1} - 1$. En definitiva, as demandas marshallianas do consumidor son as dadas por

$$\left(x_1^{\mathrm{m}}(p_1, p_2, m), x_2^{\mathrm{m}}(p_1, p_2, m)\right) = \begin{cases} \left(\frac{m}{p_1} - 1, \frac{p_1}{p_2}\right), \text{se } m > p_1 \\ \left(0, \frac{m}{p_2}\right), \text{se } m \le p_1 \end{cases} \tag{75}$$

É dicir, se o ben 1 é suficientemente caro con respecto á renda do consumidor, no sentido de $m \le p_1$, o consumidor non consome nada deste ben. Por outra parte, dado que $\frac{\partial x_2^{\mathrm{m}}(\cdot)}{\partial m} = \frac{1}{p_2} > 0$, o ben 2 é normal e, en particular, non é de luxo nin tampouco de primeira necesidade, dado que a súa elasticidade-renda é $\eta_2 = \frac{\partial x_2^{\mathrm{m}}(\cdot)}{\partial m} \frac{m}{x_2^{\mathrm{m}}(\cdot)} = 1$.

Polo contrario, se o ben 1 é barato con respecto á renda do consumidor, no sentido de $m > p_1$, entón $\frac{\partial x_1^{\mathrm{m}}(\cdot)}{\partial m} > 0$, co cal o ben 1 é normal. En particular, dado que $\eta_1 = \frac{\partial x_1^{\mathrm{m}}(\cdot)}{\partial m} \frac{m}{x_1^{\mathrm{m}}(\cdot)} = \frac{m}{m - p_1} > 1$, xa que $p_1 > 0$, o ben 1 é un ben de luxo cando o seu prezo é tal que $m > p_1$. Por último, $\frac{\partial x_2^{\mathrm{m}}(\cdot)}{\partial m} = 0$, o que significa que a demanda do ben 2 é independente da renda do consumidor.

(b) As demandas hicksianas ou compensadas dos bens obtéñense minimizando o gasto no que é necesario incorrer para obter un nivel de utilidade predeterminado. Formalmente, trátase de resolver o problema

$$\min_{(x_1, x_2)} p_1 x_1 + p_2 x_2, \text{s. a:} \begin{cases} x_1 + \ln x_2 \ge u \\ x_1 \ge 0 \\ x_2 \ge 0 \end{cases} \tag{76}$$

Formando o lagrangiano de (76)

$$\mathcal{L}(\cdot) = p_1 x_1 + p_2 x_2 + \mu(u - x_1 - \ln x_2) \tag{77}$$

as CPO necesarias para encontrar un mínimo de (77) son

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1} = p_1 - \mu = 0 \tag{78}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2} = x_2 - \frac{\mu}{x_2} = 0 \tag{79}$$

e

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mu} = u - x_1 - \ln x_2 = 0 \tag{80}$$

De (78) e (79), despexando en ambas ecuacións e igualando, obtense $x_2^{\mathrm{h}}(p_1, p_2, u) = \frac{p_1}{p_2}$ e, substituíndo en (76), resulta $x_1^{\mathrm{h}}(p_1, p_2, u) = u - \ln \frac{p_1}{p_2}$. Este equilibrio (interior) é válido se $u > \ln \frac{p_1}{p_2}$. Polo contrario, se $u \le \ln \frac{p_1}{p_2}$, entón $x_1^{\mathrm{h}}(p_1, p_2, u) = 0$ e, en consecuencia, $x_2^{\mathrm{h}}(p_1, p_2, u) = \frac{m}{p_2}$. En definitiva,

$$\left(x_1^{\mathrm{h}}(p_1,p_2,u),x_2^{\mathrm{h}}(p_1,p_2,u)\right)=\begin{cases}\left(u-\ln\frac{p_1}{p_2},\frac{p_1}{p_2}\right), \text{se } u>\ln\frac{p_1}{p_2}\\ \left(0,\frac{m}{p_2}\right), \text{se } u\leq\ln\frac{p_1}{p_2}\end{cases} \tag{81}$$

É inmediato ver en (81) que, no equilibrio interior, $x_2^{\mathrm{m}}(p_1,p_2,m)=x_2^{\mathrm{h}}(p_1,p_2,u)$, co cal o efecto total que unha variación en p_2 ten na cantidade demandada do ben 2 (efecto recollido pola demanda marshalliana do ben 2) coincide co efecto substitución (efecto recollido pola demanda hicksiana do ben 2). En definitiva, as preferencias cuasi-lineais caracterízanse porque non existe efecto renda. □

■ **Estudo de caso 5.** A utilidade que lle proporciona a un individuo o consumo dos bens 1 e 2 é a dada pola función $u(x_1,x_2)=\sqrt{x_1x_2}$. Os prezos respectivos son p_1 e p_2, mentres que a renda do individuo é m.

(a) Se o goberno aplica un imposto sobre a renda (IRPF) do 10%, que lle ocorre á utilidade do individuo?

(b) E se o imposto do 10% é un IVE sobre todos os bens?

Discusión

(a) Do Estudo do caso 1 sabemos que as funcións de demanda marshallianas son

$$x_1^{\mathrm{m}}=x_1(p_1,p_2,m)=\frac{m}{2p_1} \quad \text{e} \quad x_2^{\mathrm{m}}=x_2(p_1,p_2,m)=\frac{m}{2p_2} \tag{82}$$

co cal a (máxima) utilidade do individuo é a dada pola función de utilidade indirecta

$$u(x_1^{\mathrm{m}},x_2^{\mathrm{m}})=v(p_1,p_2,m)=\sqrt{\frac{m}{2p_1}\frac{m}{2p_2}}=\frac{m}{2\sqrt{p_1p_2}} \tag{83}$$

A partir de aquí, se o goberno aplica un IRPF do 10%, a renda dispoñible do consumidor pasa a ser o 90% da renda que tiña antes do imposto, polo que a utilidade máxima que obtén no equilibrio é

$$u^{\mathrm{IRPF}}=\sqrt{\frac{0{,}9m}{2p_1}\frac{0{,}9m}{2p_2}}=\frac{0{,}9m}{2\sqrt{p_1p_2}} \tag{84}$$

e comparando con (83) vemos que a utilidade que obtén do consumidor é agora un 10% inferior á que obtiña antes do IRPF, $u^{\mathrm{IRPF}}=(0{,}9)u$.

(b) Neste caso, os prezos dos bens increméntanse nun 10%, polo que a utilidade tras o IVE é

$$u^{\mathrm{IVE}}=\sqrt{\frac{m}{2(1{,}1p_1)}\frac{m}{2(1{,}1p_2)}}=\frac{m}{(2{,}2)\sqrt{p_1p_2}} \tag{85}$$

e, comparando coa utilidade antes do IVE, vemos que $u^{\mathrm{IVE}}=\frac{1}{1{,}1}u=(0{,}909)u$ □

Estudo de caso 6. Un individuo dispón de 1000€ ao mes para gastar en alimentos —ben 1— e en todos os demais bens distintos dos alimentos —ben 2 ou ben composto—. O prezo dunha bolsa de alimentos é de 50€,[13] pero o supermercado no que compra ofrece a seguinte promoción comercial: «pagando 950€ por un abono, pódese consumir calquera número de bolsas de alimentos ao mes».[14] Determinar se o individuo aceptará ou non a oferta nos seguintes casos:

(a) Se as súas preferencias son as dadas pola función de utilidade $u(x_1, x_2) = x_1^{1/2} x_2^{1/2}$.

(b) Se as súas preferencias son as dadas pola función de utilidade $u(x_1, x_2) = \min\{2x_1, x_2\}$.

(c) Se as súas preferencias son as dadas pola función de utilidade $u(x_1, x_2) = \min\{4x_1, x_2\}$.

(d) Se as súas preferencias son tales que sempre está disposto a intercambiar 2 unidades doutros bens por 1 unidade de alimentos.

(e) Se as súas preferencias son as dadas pola función de utilidade $u(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2$.

Discusión

(a) Se non existe a promoción, a restrición presupostaria do individuo é $50x_1 + x_2 = 1000$ ou, o que é o mesmo, $x_2(x_1) = 1000 - 50x_1$. polo tanto, coas preferencias dadas pola función de utilidade $u(x_1, x_2) = x_1^{1/2} x_2^{1/2}$, a cesta de consumo elixida é $(x_1, x_2) = (10{,}500)$, e a utilidade que lle reporta esa cesta é $u = \sqrt{10 \cdot 500} = 70{,}71$.

Coa promoción, a restrición presupostaria do individuo pasa a ser $x_2(x_1) = 1000 - 950 = 50$, é dicir, convértese na recta horizontal dada por $x_2(x_1) = 50$ e as cantidades de bens que agora elixirá serán $x_1 \geq 10$ e $x_2 = 50$.Polo tanto, a súa utilidade é $u = \sqrt{x_1 \cdot 50}$, a cal é maior ca a utilidade sen promoción sempre que

$$\sqrt{x_1 \cdot 50} > 70{,}71 \tag{86}$$

ou, o que é o mesmo, sempre que $x_1 \geq 100$, o cal está ao alcance do individuo dado que pode consumir calquera cantidade de caixas de alimentos. O individuo acepta, pois, a promoción.

(b) Neste caso, a cesta óptima de consumo que elixe o individuo cando non hai promoción determínase a partir de $2x_1 = x_2$ e $50x_1 + x_2 = 1000$. Resolvendo, obtense $(x_1, x_2) = \left(\frac{250}{13}, \frac{500}{13}\right)$, e a utilidade que rende esa cesta é $u = \frac{500}{13}$.

[13] Sobra dicir que o prezo do ben composto é 1.

[14] Supoñemos que os alimentos son perecedoiros, polo que non hai posibilidade de practicar arbitraxe.

Polo contrario, coa promoción do supermercado temos que $x_2 = 50$, polo que da condición $2x_1 = x_2$ chégase a $x_1 = 25$. Neste caso, a utilidade que obtén o consumidor coa cesta $(x_1, x_2) = (25{,}50)$ é $u = 50$, a cal é maior ca a que obtén sen promoción. Polo tanto, o individuo con estas preferencias acepta a promoción.

(c) Razoando de maneira semellante á anterior, a cesta que compra o consumidor cando non hai promoción é $(x_1, x_2) = \left(\frac{1000}{53}, \frac{3000}{53}\right)$ e a utilidade que obtén con esa cesta é $u = \frac{3000}{13}$. Polo contrario, a cesta que adquire coa promoción obtense a partir da condición $x_2 = 50$, de onde $x_1 = \frac{50}{3}$. É dicir, a cesta óptima con promoción é $(x_1, x_2) = \left(\frac{50}{3}, 50\right)$, e a utilidade que proporciona esa cesta é $u = 50$. En definitiva, este consumidor non se adhire á promoción.

(d) Se a $RMS = \frac{2}{1}$, entón $x_2(x_1) = u - 2x_1$, co cal a función de utilidade é $u(x_1, x_2) = 2x_1 + x_2$ e representa preferencias por bens substitutivos perfectos. Pois ben, dado que sen a promoción ocorre que $RMS < \frac{p_1}{p_2}$, xa que $\frac{p_1}{p_2} = 50$,[15] o individuo consumirá só o ben 2. En efecto, se reescribimos a desigualdade anterior como $\frac{UMa_1}{p_1} < \frac{UMa_2}{p_2}$, vemos que ao individuo lle sae a conta destinar toda a súa renda ao ben 2, co cal a cesta comprada é $(x_1, x_2) = (0{,}1000)$ e a utilidade obtida é $u = 1000$.

Polo contrario, a promoción limita a cantidade do ben 2 que o individuo pode comprar a $x_2 = 50$, mentres que a do ben 1 pode ser calquera. A cesta é, pois, $(x_1, x_2) = (x_1 \in \mathbb{R}_+, 50)$. A partir de aquí, a utilidade coa promoción é maior ca sen a promoción sempre e cando se verifique a condición

$$2x_1 + 50 > 1000 \tag{87}$$

e abonda que $x_1 > 475$ para que (83) se verifique, é dicir, para que ao individuo lle resulte óptimo elixir a promoción. E como comprar a cantidade de alimentos $x_1 > 475$ é posible, o individuo acepta a promoción.[16]

(e) Agora as CI son estritamente cóncavas e a solución de tanxencia non é un óptimo. As cestas dadas polos puntos extremos da restrición presupostaria (cestas especializadas nun só ben) permiten alcanzar CI máis afastadas da orixe ca as formadas por cantidades positivas de ambos os bens (cestas con variedade de bens). Pois ben, das dúas cestas candidatas a ser as óptimas, $(x_1, x_2) = (20{,}0)$ e $(x_1, x_2) = (0{,}1000)$, a que proporciona maior utilidade é $(x_1, x_2) = (0{,}1000)$, sendo esa utilidade $u = 10^6$.

Coa promoción, a cesta elixida polo consumidor é e a utilidade que proporciona esa cesta é

$$u = x_1^2 + 50^2 \tag{88}$$

[15] É dicir, o valor da taxa subxectiva de cambio do ben 2 por unidade de alimentos é menor ca o prezo dos alimentos.

[16] O efecto da promoción é facer que o prezo dos alimentos sexa cero, $p_1 = 0$, co cal a desigualdade $RMS < \frac{p_1}{p_2}$ que se producía cando non había promoción pasa a ser $RMS > \frac{p_1}{p_2}$ coa promoción.

Comparando esta utilidade coa que se obtén sen a promoción compróbase que se $x_1^2 + 50^2 > 10^6$, é dicir, se $x_1 > \sqrt{10^6 - 50^2}$, entón para o consumidor é mellor elixir a promoción ca non elixila. E dado que $x_1 > \sqrt{10^6 - 50^2}$ é posible, concluímos que lle convén a oferta.

■ **Estudo de caso 7.** Un individuo consome dous bens —os bens 1 e 2—, cuxos prezos son $p_1 = 10$ e $p_2 = 20$, mentres que $m = 200$ é a renda que posúe para gastar neses bens. O supermercado onde compra ofrécelle comprar un lote de catro unidades xuntas do ben 1 por 20€ sen que poida comprar máis cantidade dese ben.

(a) Acepta esta oferta se as súas preferencias son as dadas pola función de utilidade $u(x_1, x_2) = x_1 x_2$?

(b) E se fosen as dadas por $u(x_1, x_2) = x_1 x_2^2$?

Discusión

(a) Sen a oferta, a cesta elixida polo consumidor é a que satisfai as dúas seguintes condicións

$$RMS = \frac{p_1}{p_2} \tag{89}$$

e

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 = m \tag{90}$$

é dicir, $\frac{x_2}{x_1} = \frac{10}{20}$ e $10x_1 + 20x_2 = 200$, respectivamente. Resolvendo estas dúas condicións, obtense $(x_1, x_2) = (10{,}5)$ como cesta óptima, a cal proporciona o nivel de utilidade $u = 10 \cdot 5 = 50$.

Por outra parte, se o consumidor acepta a oferta comercial, tería catro unidades do ben 1 e quedaríalle unha renda de 180€ para gastar no ben 2, coa cal podería adquirir nove unidades como máximo dese ben. En definitiva, estaría comprando a cesta $(x_1, x_2) = (4{,}9)$, a cal lle proporciona a utilidade $u = 4 \cdot 9 = 36$. Se compramos esta utilidade coa que obtén sen a oferta, concluímos que ao consumidor non lle convén a oferta. E non lle convén porque, aínda que lle permite aforrar diñeiro, tamén lle restrinxe moito a cantidade do ben 1 que pode comprar con respecto á que compraría no óptimo.

(b) Se as preferencias veñen dadas por $u(x_1, x_2) = x_1 x_2^2$, entón a cesta óptima para o consumidor se non acepta a oferta é a que resulta de resolver

$$RMS \equiv \frac{x_2^2}{2x_1 x_2} = \frac{10}{20} \equiv \frac{p_1}{p_2} \tag{91}$$

e

$$10x_1 + 20x_2 = 200 \tag{92}$$

Resolvendo, resulta $(x_1, x_2) = (6{,}6)$, onde $u = 6 \cdot 6^2 = 216$ é a utilidade correspondente. Polo contrario, se acepta a oferta e adquire a cesta $(x_1, x_2) = (4{,}9)$, a utilidade que obtén é $u = 4 \cdot 9^2 = 324$. Polo tanto, o individuo acepta agora a oferta que lle propoñen, xa que a súa utilidade é maior aceptándoa ca rexeitándoa.

E acéptaa porque lle permite aforrar diñeiro e, ademais, non lle restrinxe demasiado a cantidade do ben 1 que pode comprar con respecto á cantidade que querería comprar sen a oferta. □

■ **Estudo de caso 8.** As preferencias dun individuo sobre os bens 1 e 2 veñen dadas pola función de utilidade $u(x_1, x_2) = \ln x_1 + x_2$. A renda do individuo é m, e os prezos dos bens p_1 e p_2.

(a) Determinar as demandas ordinarias ou marshallianas dos bens.

(b) Se os prezos dos bens aumentan o 5%, determinar as novas demandas marshallianas dos bens. Que sucede co custo de oportunidade do ben 1? E co do ben 2?

(c) Determinar a curva prezo-consumo do ben 1.

(d) Determinar a curva de Engel dos bens 1 e 2.

Discusión

(a) Estas preferencias son cuasi-lineais, xa que o termo relacionado co ben 2 é lineal, pero non así o relacionado co ben 1. As curvas de indiferenza son as dadas pola función $x_2(x_1) = u - \ln x_1$, as cales son estritamente convexas, teñen $x_1 = 0$ como asíntota vertical e, ademais, tocan o eixe que representa a cantidade do ben 1 no punto $(x_1, x_2) = (e^u, 0)$, onde e é a base dos logaritmos neperianos. Polo tanto, o equilibrio pode ser un equilibrio interior ou un equilibrio de esquina do tipo $(x_1^*, x_2^*) = \left(\frac{m}{p_1}, 0\right)$.

Para determinar a cantidade óptima do ben 1 abonda con igualar a RMS coa ratio de prezos, mentres que para encontrar a demanda do ben 2 abonda con calcular a cantidade máxima que se pode comprar dese ben unha vez que se comprou o ben 1. É dicir, a partir de $RMS = \frac{\frac{1}{x_1}}{1} = \frac{p_1}{p_2}$, obtense

$$x_1(p_1, p_2, m) = \frac{p_2}{2p_1} \tag{93}$$

como demanda marshalliana do ben 1.

A demanda do ben 2 é a cantidade máxima que se pode comprar dese ben coa renda que ao consumidor lle queda unha vez comprado o ben 1. Dado que o gasto no ben 1 é $p_1 \cdot x_1(p_1, p_2, m) = p_1 \frac{p_2}{2p_1} = \frac{p_2}{2}$, a renda que lle queda é $m - \frac{p_2}{2}$, co cal a demanda marshalliana do ben 2 é

$$x_2(p_1, p_2, m) = \frac{m - \frac{p_2}{2}}{p_2} = \frac{2m - p_2}{2p_2} \tag{94}$$

En definitiva, se a renda do consumidor é relativamente elevada no sentido de que $m > \frac{p_2}{2}$ as súas demandas marshallianas dos bens 1 e 2 son as dadas en (89) e (90). En cambio, se a renda do consumidor é relativamente baixa no sentido de que $m \leq \frac{p_2}{2}$, as súas demandas marshallianas son $x_1(p_1, p_2, m) = \frac{m}{p_1}$ e $x_2(p_1, p_2, m) = 0$.

(b) En (89) apréciase como a demanda ordinaria do ben 1 só depende dos prezos dos bens e non da renda do consumidor, co cal esa demanda carece de efecto renda. Polo tanto, se o prezo de todos os bens aumenta o 5%, o prezo relativo ou custo de oportunidade non cambia e, polo tanto, tampouco varía a demanda do ben 1. En cambio, a demanda do ben 2 diminúe ao aumentar o prezo de todos os bens (xa que depende do prezo do ben 2 e ese prezo aumenta). Isto é debido a que o consumidor gasta agora máis no ben 1, co cal a cantidade que lle queda para gastar no ben 2 é menor. En efecto, a demanda do ben 2 pódese escribir como

$$x_2(p_1,p_2,m) = \frac{m-p_1x_1^*}{p_2} = \frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2}x_1^* \tag{95}$$

e vese que é unha función lineal e decrecente de x_1.

(c) A partir de (89), constátase que $\frac{\partial x_1^*}{\partial m} = 0$ polo que a demanda do ben 1 non cambia ao variar a renda do consumidor. Isto é certo mentres que o consumidor teña a renda suficiente para comprar $\frac{p_2}{2p_1}$ unidades do ben 1, o cal supón un gasto de $p_1\frac{p_2}{2p_1} = \frac{p_2}{2}$. Entón, mentres que a renda do consumidor sexa relativamente elevada, no sentido de $m \geq \frac{p_2}{2}$, a curva de Engel do ben 1 é vertical e igual a $x_1^* = \frac{p_2}{2p_1}$. En cambio, se $m < \frac{p_2}{2}$, a demanda marshalliana do ben 1 é $x_1^* = \frac{m}{p_1}$ e a curva de Engel é, pois, $m = p_1x_1^*$, a cal é lineal e con pendente positiva e dada polo prezo do ben 1, p_1. En definitiva, a curva de Engel do ben 1 ten dous tramos: un primeiro tramo lineal de pendente positiva para cantidades consumidas do ben 1 desde 0 ata $\frac{p_2}{2p_1}$ e un segundo tramo vertical a partir dese nivel de consumo do ben 1. Formalmente,

$$m = \begin{cases} p_1x_1^*, \text{se } 0 \leq x_1 \leq \frac{p_2}{2p_1} \\ \frac{p_2}{2p_1}, \text{se } x_1 > \frac{p_2}{2p_1} \end{cases} \tag{96}$$

Polo que respecta á curva de Engel do ben 2, resulta, a partir de (a), $m = \frac{p_2}{2} + p_2x_2^*$. É dicir, a curva de Engel do ben 2 é unha recta crecente con ordenada na orixe $\frac{p_2}{2}$ e pendente p_2. Tamén a podemos expresar de forma inversa, como

$$x_2^* = \frac{m-\frac{p_2}{2}}{p_2} = -\frac{1}{2} + \frac{1}{p_2}m \tag{97}$$

□

■ **Estudo de caso 9.** As preferencias dun consumidor veñen representadas pola función de utilidade $u(x_1,x_2) = x_1x_2$. A súa renda é $m = 100$ e os prezos dos bens son $p_1 = 5$ e $p_2 = 10$. Este consumidor pode adquirir «un abono que, por 50€, dá dereito a consumir doce unidades do ben 1» ou pode «comprar un lote de cinco unidades do ben 1 cun 20% de desconto no prezo». Que opción elixirá destas dúas?

Discusión. A partir das funcións de demanda marshalliana

$$x_1(p_1,p_2,m) = \frac{m}{2p_1} \text{ e } x_2(p_1,p_2,m) = \frac{m}{2p_2} \tag{98}$$

as cantidades dos bens 1 e 2 que compra o individuo para maximizar a utilidade son $x_1(5{,}10{,}100) = \frac{100}{2\cdot 5} = 10$ e $x_2(5{,}10{,}100) = \frac{100}{2\cdot 10} = 5$, respectivamente, e a utilidade (máxima) que obtén é $u = 10 \cdot 5 = 50$.

(a) Co abono, a RP do consumidor é

$$\left.\begin{array}{r} 0 \cdot x_1 + 10x_2 = 50(= 100 - 50), se\ x_1 \leq 12 \\ 10(x_1 - 12) + 10x_2 = 50(= 100 - 50), se\ x_1 > 12 \end{array}\right\} \tag{99}$$

Entón, a partir de (94), a cantidade elixida do ben 1 co abono (no segundo tramo da RP (95)) é $x_1 - 12 = \frac{\overline{m}}{2p_1} = \frac{50}{2\cdot 5} = 5$, onde $\overline{m} = 50$, co cal $x_1 = 5 + 12 = 17$, e a cantidade elixida do ben 2 é $x_2 = \frac{\overline{m}}{2p_2} = \frac{50}{2\cdot 10} = \frac{5}{2}$. A utilidade que lle reporta esta cesta de consumo é $u = 17 \cdot \frac{5}{2} = \frac{85}{2}$.

(b) Se adquire o lote de cinco unidades do ben 1 cun desconto ao prezo (e do ben 1 só pode comprar esa cantidade), a cantidade que pode consumir do ben 2 é a dada pola condición

$$[5 - (0{,}2)(5)] \cdot 5 + 10x_2 = 100 \tag{100}$$

de onde $x_2 = 8$. A utilidade que lle reporta esta opción é $u = 5 \cdot 8 = 40$. Comparando os niveis de utilidade nas dúas situacións, é evidente que individuo preferirá o abono.

▯

■ **Estudo de caso 10.** Un consumidor compra os bens 1 e 2 aos prezos $p_1 = 10$ e $p_2 = 20$, respectivamente, e a súa renda é $m = 200$. O supermercado onde compra ofrécelle a posibilidade de, aboando unha cota de 60€, consumir catro unidades do ben 2, por riba das cales ha de pagar o prezo de mercado.

(a) Que decidirá o consumidor se as súas preferencias son as dadas pola función de utilidade $u(x_1, x_2) = x_1x_2$?

(b) Que decidirá o consumidor se as súas preferencias son as dadas pola función de utilidade $u(x_1, x_2) = x_1 + 3x_2$?

Discusión

(a) Se o consumidor non acepta a oferta, a súa RP é

$$10x_1 + 20x_2 = 200 \tag{101}$$

e as cantidades que compra de cada un dos bens son as que se derivan da condición de tanxencia

$$\frac{x_2}{x_1} = \frac{1}{2} \tag{102}$$

xunto coa RP. As cantidades demandadas que resultan so n $x_1 = \frac{200}{2\cdot 10} = 10$ e $x_2 = \frac{200}{2\cdot 20} = 5$, onde a utilidade é $u(10{,}5) = 10 \cdot 5 = 50$.

Polo contrario, se paga a cota ao supermercado, queda obrigado a realizar un consumo mínimo de catro unidades do ben 2, polo que a súa RP pasa a ser

$$\left.\begin{array}{r} 10x_1 + 0 \cdot x_2 = 140\ (= 200 - 60), \text{se } x_2 \leq 4 \\ 10x_1 + 20(x_2 - 4) = 140\ (= 200 - 60), \text{se } x_2 > 4 \end{array}\right\} \tag{103}$$

Neste caso a cesta óptima é $(x_1, x_2) = (14{,}4)$ se está no primeiro tramo da RP (103), é dicir, se $x_2 \leq 4$. Se está no segundo tramo, é dicir, se $x_2 > 4$, a cesta óptima é a que resulta das condicións $x_1 = 2x_2$ e $10x_1 + 20x_2 = 220$, as cales, unha vez resoltas, dan lugar a $(x_1, x_2) = \left(11, \frac{19}{2}\right)$,, e destas dúas posibilidades, o individuo elixe a segunda, xa que $u\left(11, \frac{19}{2}\right) > 56 = u(14{,}4)$.

Por último, é evidente que o individuo aceptará pagar a cota, por canto

$$u\left(11, \frac{19}{2}\right) = \frac{201}{2} > 50 = u(10{,}5) \tag{104}$$

(b) Neste caso, cando o consumidor non acepta a oferta, a pendente da súa RP é maior (en valor absoluto) ca a pendente das CI, polo que o consumidor se especializa no consumo do ben máis barato e compra a cesta $(x_1, x_2) = (0{,}10)$, a cal lle permite obter o nivel de utilidade $u(0{,}10) = 30$. Polo contrario, se decide pagar a cota a súa RP é

$$10x_1 = 140 \rightarrow x_1 = 14, \text{se } 0 \leq x_2 \leq 4 \tag{105}$$

e

$$10x_1 + 20(x_2 - 4) = 140 \rightarrow\ 10x_1 + 20x_2 = 220, \text{se } 4 < x_2 \leq 11 \tag{106}$$

e consumiría a cesta $(x_1, x_2) = (4{,}11)$. Dado que a utilidade que lle reporta esta cesta é $u(4{,}11) = 37$ e é máis elevada ca a que lle reporta a cesta consumida cando decide non pagar a cota, o individuo aceptará pagar a cota. □

■ **Estudo de caso 11.** Se a utilidade que deriva un individuo do consumo dos bens 1 e 2 é a dada pola función de utilidade $u(x_1, x_2) = x_1^a x_2^b$, onde $a, b > 0$, ¿indican os parámetros a e b a proporción de renda destinada ao consumo dos bens 1 e 2, respectivamente?

Discusión.

Se a renda do consumidor é m e os prezos dos bens son p_1 e p_2, coas preferencias indicadas as demandas marshallianas son $x_1^{\mathrm{m}} = \frac{a}{a+b}\frac{m}{p_1}$ e $x_2^{\mathrm{m}} = \frac{b}{a+b}\frac{m}{p_2}$. A partir de aquí, o gasto efectuado no ben 1 é

$$p_1 x_1^{\mathrm{m}} = \frac{a}{a+b} m \tag{107}$$

mentres que o realizado no ben 2 é

$$p_2 x_2^{\mathrm{m}} = \frac{b}{a+b} m \tag{108}$$

Polo tanto, a proporción de renda gastada no ben 1, $\frac{p_1 x_1^{\mathrm{m}}}{m}$, é

$$\frac{\frac{a}{a+b} m}{m} = \frac{a}{a+b} \tag{109}$$

e a gastada no ben 2, $\frac{p_2 x_2^{\mathrm{m}}}{m}$, é

$$\frac{\frac{b}{a+b} m}{m} = \frac{b}{a+b} \tag{110}$$

En consecuencia, canto maior sexa , maior é a proporción de renda gastada no ben 1 e canto maior sexa b, maior é a proporción gastada no ben 2. Por exemplo, se $a = 1/2$ e $b = 1/4$, entón $2/3$ da renda gástanse no ben 1 e $1/3$ no ben 2. Se $a = 1$ e $b = 1/4$, entón $4/5$ da renda gástanse no ben 1 e $1/5$ no ben 2. □

■ **Estudo de caso 12.** Un consumidor ten as preferencias representadas pola función de utilidade $u(x_1, x_2) = x_1 + 3x_2$. A súa renda é $m = 200$ e os prezos aos que pode comprar os bens son $p_1 = 10$ e $p_2 = 20$, respectivamente. A este consumidor ofrécenlle pagar unha cota de 40€ que lle dá dereito a consumir as 5 primeiras unidades do ben 2, tendo que pagar o prezo de mercado por cada unidade adicional que consuma por riba de 5, pero obrígao a consumir 5 unidades como mínimo do ben 1. Que decidirá o consumidor?

Discusión. Se o consumidor non acepta pagar o abono, a súa RP é

$$10x_1 + 20x_2 = 200 \tag{111}$$

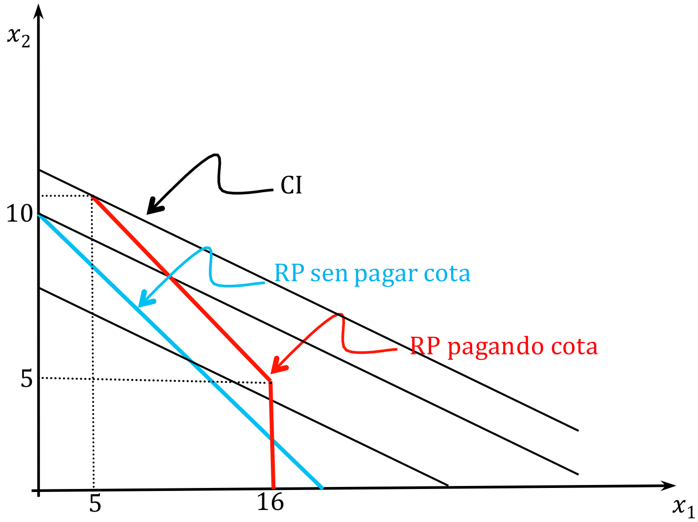
e, dadas as súas preferencias e o feito de que $RMS = \frac{1}{3} < \frac{1}{2} = \frac{p_1}{p_2}$, especialízase no consumo do ben 2, que é o relativamente máis barato. Polo tanto, a cesta que consome é $\left(0, \frac{200}{20}\right) = (0{,}10)$ e a utilidade que lle reporta esa cesta é $u = 30$.

Polo contrario, se decide pagar a cota de 40€, a súa RP pasa a ser $10x_1 + 20(x_2 - 5) = 200 - 40$, é dicir,

$$\left.\begin{array}{c} 10x_1 + 20x_2 = 160, \text{se } 5 < x_1 \leq 12 \\ x_1 = 16\text{ , se } 0 \leq x_2 \leq 5 \end{array}\right\} \tag{112}$$

O mapa de CI e a RP nas dúas situacións posibles —non aceptando a oferta e aceptándoa— quedan representados graficamente na Figura 17.

Figura 17: As CI e a RP nas dúas situacións posibles



Dado que o ben 2 é o que máis utilidade rende, o individuo consumirá 5 unidades do ben 1 (porque está obrigado a facelo ao aceptar a oferta) e 5 unidades do ben 2. Todo iso cústalle $10 \cdot 5 + 40 = 90$, co cal lle queda un remanente de renda de para seguir comprando (ben 2) 5,5 unidades máis do ben 2. En definitiva, se o consumidor acepta a oferta, compra a cesta $\left(5, \frac{21}{2}\right)$, a cal lle rende a utilidade $u = 5 + 3 \cdot \frac{21}{2} = \frac{73}{2}$, que é maior ca a utilidade que obtén se non acepta pagar a cota e, no seu lugar, compra os bens libremente no mercado. Polo tanto, aceptará pagar a cota. ∎

■ **Estudo de caso 13.** Un individuo coas preferencias dadas por $u(x_1, x_2) = x_1 x_2$ ten unha renda de 100, mentres que os prezos de mercado dos bens 1 e 2 son $p_1 = 2$ e $p_2 = 1$, respectivamente. Este individuo pode comprar os bens no mercado aos prezos indicados ou comprar o ben 1 á metade de prezo coa condición de que $x_1 \leq 20$ e de non poder comprar máis unidades dese ben no mercado libre. Que decisión adoptará?

Discusión.

Se o individuo opta por comprar os dous bens no mercado libre, a súa RP é

$$2x_1 + x_2 = 100 \qquad (113)$$

e a condición de optimalidade indica que a cesta que se vaia comprar debe satisfacer a condición

$$RMS = \frac{x_2}{x_1} = 2 = \frac{p_1}{p_2} \qquad (114)$$

xunto con (113). O resultado é a cesta, onde $u = 25 \cdot 50 = 1250$ é a utilidade alcanzada.

Polo contrario, se decide aceptar a oferta, a RP pasa a ser

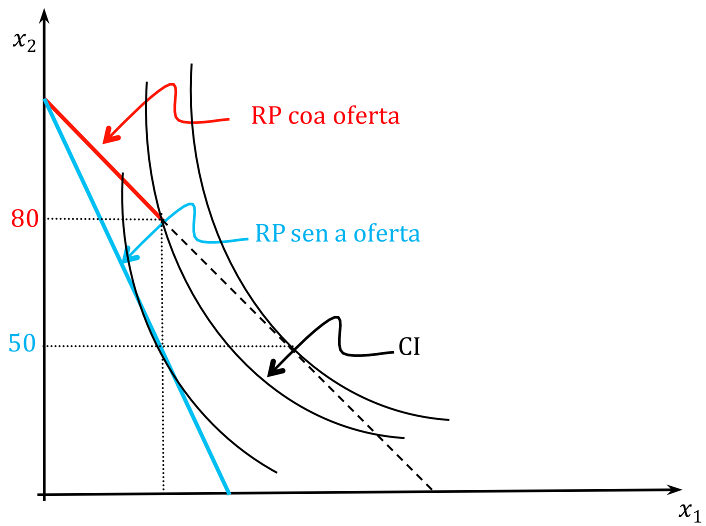
$$x_1 + x_2 = 100 \text{ e } x_1 \leq 20 \quad (115)$$

e o óptimo non está no punto de tanxencia entre esta RP e a CI, xa que ese punto sería a cesta na que se cumprise

$$RMS = \frac{x_2}{x_1} = 1 = \frac{p_1}{p_2} \quad (116)$$

xunto con (115). Esa cesta sería , pero non é posible comprala porque a oferta establece que se poden consumir 20 unidades do ben 1 como máximo. Polo tanto, o óptimo non será un punto de tanxencia. No óptimo, o individuo comprará a máxima cantidade posible do ben 1 (20 unidades) con redución no prezo e dedicará o resto da renda ao ben 2, do cal poderá comprar 80 unidades. En definitiva, comprará a cesta , a cal lle reporta a utilidade $u = 20 \cdot 80 = 1600$, que é superior á utilidade que pode obter comprando no mercado libre. O individuo decidirá, pois, aceptar a oferta. Graficamente, temos a situación representada na Figura 18.

Figura 18: Comprando a oferta co mercado libre



Apéndice. Resolución do problema do consumidor por Kuhn-Tucker
Para resolver o problema de maximización da utilidade do consumidor no caso máis xenérico posible, é dicir, cando existen restricións en forma de desigualdade,

$$\max_{(x_1,x_2)} u(x_1,x_2),\ \text{s.a:}\begin{cases} p_1x_1 + p_2x_2 \leq m \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases} \quad \text{(A1)}$$

podemos utilizar o método de Kuhn-Tucker. Para iso, formulamos a maximización do lagrangeano

$$\max_{(x_1,x_2,\lambda)} u(x_1,x_2) + \lambda(m - p_1x_1 - p_2x_2) \quad \text{(A2)}$$

e as CPO necesarias son

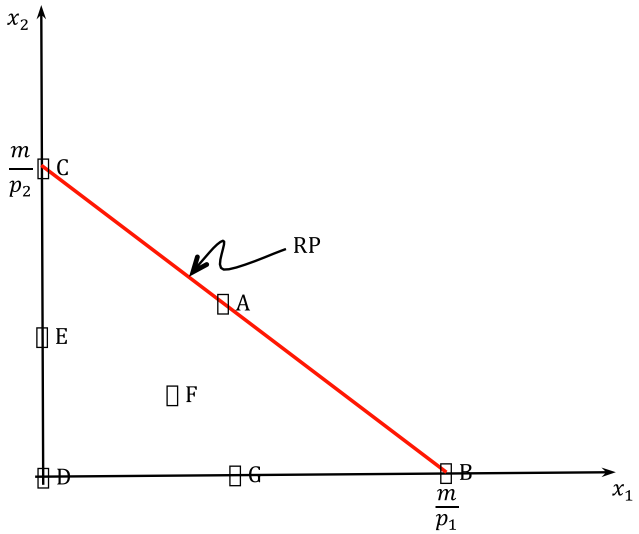
$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1} = \frac{\partial u}{\partial x_1} - \lambda p_1 \leq 0, \qquad x_1\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1} = 0 \ \ \text{(cfc)} \quad \text{(A3)}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2} = \frac{\partial u}{\partial x_2} - \lambda p_2 \leq 0, \qquad x_2\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2} = 0 \ \ \text{(cfc)} \quad \text{(A4)}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = m - p_1x_1 - p_2x_2 \geq 0, \qquad \lambda\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = 0 \ \ \text{(cfc)} \quad \text{(A5)}$$

onde cfc denota condición de folgura complementaria. En efecto, ao haber 3 restricións, cada unha delas asociada a 2 opcións —que cada restrición se cumpra con folgura ou se cumpra sen folgura—, xorden combinacións posibles ($2^3 = 8$) de condicións que se satisfán con e sen folgura. Pois ben, é preciso analizar cada unha das posibles combinacións porque dependendo de onde se encontre o óptimo, as CPO varían. E o óptimo pode estar situado en calquera dos puntos da Figura A1:

Figura A1: Posibles casos para avaliar as condicións de K-T



Nos casos A, B e C a restrición presupostaria cúmprese sen folgura, mentres que no resto dos casos se cumpre con folgura. Nos casos B, D e G, a restrición de non negatividade do ben 2 satisfaise sen folgura, e con folgura en todo o resto. Analogamente ocorre nos puntos C, D e E con respecto ao ben 1. No punto F, todas as restricións se satisfán con folgura. Nótese que non existe ningún punto en que todas as restricións do problema (A1) se satisfagan con igualdade: non é posible comprar cero unidades de cada ben e, á vez, gastar toda a renda, se esta é positiva; por esta razón, na Figura A1 só se ilustran sete dos oito casos posibles.

Caso A $(x_1, x_2, \lambda > 0)$. Se $\lambda > 0$, a utilidade marxinal da renda é positiva, polo que gastando un pouco máis nun ou nos dous bens, a utilidade aínda aumentaría, o cal significa que o consumidor non está saciado. Neste caso, as condicións de folgura complementaria fan que $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = 0$. Entón,

$$\frac{\partial u}{\partial x_1} - \lambda p_1 = 0 \tag{A6}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x_2} - \lambda p_2 = 0 \tag{A7}$$

$$m - p_1 x_1 - p_2 x_2 = 0 \tag{A8}$$

que son as típicas CPO que manexamos. Resolvéndoas, chegamos á condición $RMS = \frac{p_1}{p_2}$, que indica que debe producirse a tanxencia entre a curva de indiferenza e a restrición presupostaria para a existencia de óptimo. Esta condición pódese reescribir como

$$\frac{1}{p_1}\frac{\partial u}{\partial x_1} = \frac{1}{p_2}\frac{\partial u}{\partial x_2} \tag{A9}$$

e onde $\frac{1}{p_1}$ representa o poder de compra de 1€ no ben 1, mentres que $\frac{\partial u}{\partial x_1}$ é o aumento de utilidade que provoca o consumo dunha unidade máis do ben 1 (o mesmo para o ben 2 no lado dereito de ()). Pois ben, no óptimo, se o consumidor ten 1€ máis para gastar nos bens, debería estar indiferente entre gastalo no ben 1 ou no ben 2. Se non é así, preferiría gastar máis nalgún deles concretamente, co cal a situación inicial non era óptima. Ademais, dado que $\lambda > 0$, a renda gástase totalmente no óptimo.

O cumprimento da condición de tanxencia (A9) depende exclusivamente das preferencias do individuo, polo que poden existir consumidores para os cales o caso A non describa o seu óptimo. Pasamos entón a analizar outras posibilidades.

Caso B $(x_1, \lambda > 0, x_2 = 0)$. Os supostos describen unha situación na que a utilidade marxinal do ingreso é positiva, pero o individuo non consome nada do ben 2. As condicións de folgura complementaria implican que

$$m - p_1 x_1 = 0 \tag{A10}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x_1} - \lambda p_1 = 0 \tag{A11}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x_2} - \lambda p_2 \leq 0 \tag{A12}$$

de onde se obtén $x_1 = \frac{m}{p_1}$, $\lambda \geq \frac{\frac{\partial u}{\partial x_2}}{p_2}$ e $\lambda = \frac{\frac{\partial u}{\partial x_1}}{p_1}$, das cales, á súa vez $\frac{\frac{\partial u}{\partial x_1}}{p_1} \geq \frac{\frac{\partial u}{\partial x_2}}{p_2}$, é dicir, $\frac{\frac{\partial u}{\partial x_2}}{\frac{\partial u}{\partial x_1}} \leq \frac{p_1}{p_2}$. En definitiva, $\frac{\frac{\partial u}{\partial x_1}}{\frac{\partial u}{\partial x_2}} \geq \frac{p_1}{p_2}$., $RMS \geq \frac{p_1}{p_2}$. Isto é, o consumidor non consumirá do ben 2 se a súa disposición a pagar relativa (incluso pola primeira unidade) é menor ca o seu prezo relativo, o cal non significa que non valore o ben, senón que o valora menos do que custa no mercado. O caso C é semellante.

Caso F $(x_1, x_2 > 0, \lambda = 0)$. Neste caso, a utilidade marxinal da renda é 0, co cal o consumidor está saciado de ambos os bens: se só estivese saciado dun, aínda querería máis cantidade de renda para comprar do ben do cal non está saciado. Así, temos

$$\frac{\partial u}{\partial x_1} = 0 \tag{A13}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x_2} = 0 \tag{A14}$$

$$m - p_1 x_1 - p_2 x_2 \geq 0 \tag{A15}$$

A utilidade marxinal do consumo de todos os bens é 0. Os casos analizados, entón, cobren as diversas posibilidades que poden caracterizar as decisións de distintos tipos de consumidor con ingreso m en mercados perfectamente competitivos. Dependendo das súas decisións, poderemos inferir se valora cada ben ou se está saciado do seu consumo, se valora a variedade, etc. □

ACTIVIDADES PROPOSTAS

Ao longo desta UD vanse efectuar diferentes actividades que, nunha fase inicial, procurarán activar o interese e a curiosidade do alumnado sobre a unidade a través da conexión dos seus contidos coa realidade na que se ven inmersos os individuos como consumidores. Neste senso, comentarase a forma de obter o equilibrio do consumidor nun amplo abano de posibilidades.

Con posterioridade, realizaranse actividades para caracterizar de forma precisa a solución d equilibrio con sistemas específicos de preferencias. A resolución destas actividades será individual e en grupo, motivando ao alumno para que explique o seu traballo ao resto dos alumnos e fomentando a crítica colectiva dos resultados acadados. Ao mesmo tempo, preténdese que no proceso de resolución o alumnado faga fincapé nas intuicións económicas que están detrás dos resultados formais acadados e que axudan a entendelos.

Ademais, facilitarase ao alumnado unha listaxe de actividades que deben resolver fóra da aula e de forma individual, e que despois deben presentar nas clases interactivas. Calquera dúbida sobre estas actividades será resolta nas titorías. As devanditas actividades serán do tipo das seguintes:

Actividade 1. Se un individuo ten preferencias Cobb-Douglas, como é a elasticidade-prezo da curva de demanda marshalliana cruzada de cada un dos bens?

Actividade 2. Un individuo ten as preferencias representadas pola función de utilidade $u(x_1, x_2) = \sqrt{x_1} + x_2$, onde x_1 denota a cantidade que consume do ben 1 e x_2 a que consume do ben 2. Os respectivos prezos dos bens son p_1 e p_2, mentres que m é a renda do consumidor.

(a) Determinar as demandas ordinarias dos dous bens, así como a función de utilidade indirecta.

(b) Determinar as demandas hicksianas de cada un dos bens, así como a función de gasto.

(c) ¿Qué relación existe entre a función de utilidade indirecta e a función de gasto?

AVALIACIÓN DA UNIDADE

A avaliación desta UD (e das outras que compoñen a materia) farase en tres fases:

a) A avaliación inicial, na que o profesor avalía os coñecementos previos do alumnado en temas de teoría económica do consumo a través de preguntas na aula.

b) A avaliación procesual, na que se avalía aos alumnos pola asistencia ás sesións expositivas e a participación nas interactivas. Esta participación concretarase na resolución, presentación e discusión de casos prácticos e a realización de probas e traballos, co que deberán ir acreditando os coñecementos ao longo da unidade. En particular, o profesor levará un rexistro da participación de cada alumno, supervisará as actividades que realice, así como o traballo persoal fóra da aula. E cada certo tempo mostrará a cualificación que vai tendo en cada momento o alumnado para que sexan conscientes do ritmo de participación que van levando. Deste xeito, a avaliación tradúcese nunha mestura da actividade interactiva e expositiva dos alumnos, polo que unha parte desa avaliación dependerá dos resultados que consigan os alumnos na resolución de casos reais ou ficticios, nas achegas que fagan nas aulas e nas discusións e interaccións que se produzan.

c) A avaliación final consistirá nunha proba que deberán realizar por escrito e que suporá o 60% da cualificación final. Esta proba conterá unha parte teórica (a cal suporá o 40% da nota da proba escrita) e outra práctica (60% da nota da proba escrita). E, por suposto, a avaliación final da presente UD virá dada pola parte que a ela se lle dedique no exame final escrito. Esta proba realizarase nas datas previstas polo centro.

Para a superación desta UD (así como das outras que compoñen a materia) recoméndase facer un seguimento continuo dos seus contidos ao longo do curso, participar activamente no desenvolvemento da unidade, resolver e discutir os exercicios prácticos propostos, e acudir ás titorías programadas. Isto quere dicir que, ademais do tempo de traballo presencial na aula, o alumnado deberá dedicar un tempo de traballo persoal, que inclúe o estudo autónomo (individual ou en grupo), a análise de casos e a preparación de presentacións e exposicións na aula.

BIBLIOGRAFÍA

PINDYCK, R.S. E D.L. RUBINFELD (2009): *Microeconomía* (7ª edición), Madrid: Pearson Educación. (www.prenhall.com/pindyck)

REBOREDO, J.C. (2014): *Microeconomía: teoría y cuestiones tipo test*, Santiago de Compostela: Servizo de Publicacións e Intercambio Científico da Universidade de Santiago de Compostela.

VARIAN, H.R. (2007): *Microeconomía intermedia: un enfoque moderno*, Barcelona: A. Bosch Ed. (www.sims.berkeley.edu/~hal/).

unidadesdidácticas
UNIVERSIDADE DE SANTIAGO DE COMPOSTELA

Unha colección orientada a editar materiais docentes de calidade e pensada para apoiar o traballo do profesorado e do alumnado de todas as materias e titulacións da universidade

USC UNIVERSIDADE DE SANTIAGO DE COMPOSTELA
VICERREITORÍA DE ESTUDANTES, CULTURA E FORMACIÓN CONTINUA