

Interferencia por división simple de amplitude

Jesús Liñares Beiras

Area de Óptica
Departamento de Física Aplicada
Facultade de Física

unidadesdidácticas
UNIVERSIDADE DE SANTIAGO DE COMPOSTELA



Esta obra atópase baixo unha licenza internacional Creative Commons BY-NC-ND 4.0. Calquera forma de reprodución, distribución, comunicación pública ou transformación desta obra non incluída na licenza Creative Commons BY-NC-ND 4.0 só pode ser realizada coa autorización expresa dos titulares, salvo excepción prevista pola lei. Pode acceder Vde. ao texto completo da licenza nesta ligazón: <https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/deed.gl>

© Universidade de Santiago de Compostela, 2014

Deseño e maquetación

J. M. Gairí

Edita

Edicións USC

<https://www.usc.gal/publicacions>

DOI

<https://dx.doi.org/10.15304/9788416183418>

MATERIA: Materia: Óptica II

TITULACIÓN: Titulación: Grao en Física

PROGRAMA XERAL DO CURSO

Localización da presente unidade didáctica

Unidade I. Ondas localmente planas e ondas paraxiais

Ondas de luz localmente planas

Ondas paraxiais vectoriais e escalares

Discontinuidades ópticas paraxiais

Unidade II. Fundamentos da interferencia e coherencia ópticas

Limiar sobre interferencia e coherencia ópticas

Teoría xeral da interferencia vectorial de luz

Interferencia por división da fronte de onda

Funcións de coherencia espacial e temporal

Unidade III. Interferencia por división simple de amplitude

Interferencia en láminas ópticas de espesor constante

Interferencia en láminas ópticas de espesor variable

Interferómetro de Michelson e aplicacións

Interferómetro de Mach-Zehnder e aplicacións

Unidade IV. Interferencia por división múltiple de amplitude

Interferencia de feixe múltiple en láminas

Interferómetro Fabry-Perot e espectrometría

Amplificación de luz e introdución ao Láser

Interferencia en muticapas e aplicacións

Unidade V. Teoría escalar da difracción e aproximacións

Fenomenoloxía e formalización da difracción

Teoría e propiedades da difracción paraxial

Teoría difraccional coherente da imaxe

Unidade VI. Estudo e aplicacións da difracción de Fresnel

Estudo canónico da difracción de Fresnel

Elementos ópticos difractivos

Introdución á holografía óptica

Unidade VII. Estudo e aplicacións da difracción de Fraunhofer

Estudo canónico da difracción de Fraunhofer

Difracción de Fraunhofer e instrumentos ópticos

Redes de difracción óptica e espectrometría

ÍNDICE

Presentación

Os obxectivos

A metodoloxía

Os contidos

1. Interferencia en láminas ópticas de espesor constante
 - 1.1. Estudo case-ondulatorio da interferencia por reflexión
 - 1.2. Estudo case-ondulatorio da interferencia por transmisión
 - 1.3. Estudo ondulatorio paraxial
2. Interferencia en láminas ópticas de espesor variable
 - 2.1. Estudo case-ondulatorio
 - 2.2. Estudo ondulatorio paraxial
 - 2.3. Láminas paraxiais básicas
3. Interferómetro de Michelson e aplicacións
 - 3.1. Estudo case-ondulatorio
 - 3.2. Estudo ondulatorio paraxial
 - 3.3. Aplicacións en espectroscopía atómica
 - 3.4. Aplicacións no eido da relatividade
 - 3.5. Aplicacións en metroloxía básica
4. Interferómetro de Mach-Zehnder e aplicacións
 - 4.1. Transformacións ópticas no interferómetro
 - 4.2. Interferencia con ondas planas
 - 4.3. Interferencia con ondas non planas
 - 4.4. Interferencia cuántica monofotón
 - 4.5. Outros interferómetros de amplitude

Actividades propostas

Avaliación da unidade didáctica

Bibliografía

PRESENTACIÓN

Esta unidade didáctica pertence á materia Óptica II do Grao en Física. Dita materia inscríbese no módulo de física fundamental cunha extensión de 6 créditos ECTS impartidos no segundo semestre do terceiro curso do dito Grao. Ademais, precédelle a materia Óptica I onde se proporcionan contidos de óptica xeométrica e de óptica electromagnética coma polarización da luz, reflexión e transmisión, interacción luz-materia, etc. Estes contidos son necesarios para un estudo máis consistente dos da materia Óptica II, a cal divídese en sete unidades didácticas que achegan conceptos, fenomenoloxía e resultados analíticos sobre a física da luz no tocante á interferencia, coherencia e difracción ópticas. Moitos dos elementos conceptuais e formais da física da luz abordados en Óptica II, son ou poden ser, á súa vez, usados e/ou interconectados cos doutras materias do Grao, como son, por exemplo, os de tipo ondulatorio na física cuántica. Asemade, ditos elementos teñen un papel moi salientable en moitos desenvolvementos da física moderna tanto teórica como aplicada.

Nesta unidade didáctica desenvolverase, nunhas 8-10 horas, o tema da interferencia óptica por división simple da amplitude das ondas luminosas. Nas unidades didácticas previas o estudante adquiriu coñecementos sobre ondas localmente planas e ondas paraxiais, fundamentais para unha descrición rigorosa da interferencia por división de amplitude. Asemade, adquiriu coñecementos sobre a teoría xeral da interferencia vectorial e sobre a coherencia óptica espacial e temporal, imprescindibles para unha axeitada comprensión desta unidade. Despois do estudo desta unidade o alumno poderá abordar de xeito máis doado e eficiente a seguinte unidade didáctica adicada á interferencia por división múltiple de amplitude, e que o mergullará en eidos tan relevantes como a espectroscopía H-alfa, a óptica de multicapas e mesmo o amplificador óptico ou láser.

A teoría da interferencia óptica por división simple de amplitude permite explicar unha grande variedade de fenomenoloxía interferencial da luz, e mesmo afondar nos conceptos de coherencia espacial e temporal da luz introducidos na unidade anterior. Pero quizais a súa achega máis salientable está en que pon as bases da interferometría moderna contribuíndo de xeito espectacular á revolución da física no século XX. Dita contribución vén representada paradigmaticamente polo interferómetro de división de amplitude de Michelson, que abrangue dende o famoso experimento de Michelson-Morley, cuxos resultados suxeriron primeiro e respaldaron despois a teoría especial da relatividade, pasando polas súas aplicacións en espectroscopía atómica, que confirmaron a natureza discreta da enerxía e a estrutura fina dos átomos, até chegar ás súas máis novas versións para a detección de ondas gravitacionais preditas pola teoría xeral da relatividade. Por outra banda, o interferómetro de Mach-Zehnder está a xogar un papel fundamental na comprobación de aspectos fundamentais da física cuántica, como é o entretacemento cuántico, e na implementación de complexas transformacións ópticas para manipular estados de luz cuántica.

Á parte dos propios contidos opto-físicos, esta unidade contribuirá tamén ao desenvolvemento da capacidade de razoamento explicativo e de formalización de procesos físicos, e á comunicación de resultados científicos dun xeito sistemático.

OS OBJECTIVOS

Os obxectivos específicos que se pretenden acadar nesta unidade didáctica, no que se refire aos resultados de aprendizaxe do alumnado, son:

- coñecer e describir o proceso opto-físico da interferencia por división simple de amplitude en láminas de espesor constante iluminadas tanto con fontes coherentes como incoherentes ou extensas;
- utilizar as ondas esféricas paraxiais para formalizar de xeito ondulatorio a interferencia por división simple de amplitude;
- coñecer e explicar de xeito ondulatorio o proceso opto-físico da interferencia por división simple de amplitude en láminas de espesor variable tanto con fonte coherente como incoherente;
- identificar os padróns interferenciais (carácter real ou virtual, localización, tipo de franxas, ...) e diferenciarlos dos padróns de Moiré;
- relacionar o proceso de interferencia no interferómetro de Michelson coa interferencia nunha lámina ficticia de espesor constante ou variable, tanto con iluminación coherente como incoherente;
- aplicar os coñecementos de interferencia por división de amplitude á metroloxía interferométrica, coma por exemplo, a medida de multipletes atómicos, a detección de ondas gravitacionais, a medida de pequenos espesores de láminas, etc.;
- calcular intensidades interferenciais producidas polo interferómetro de Mach-Zehnder baixo distintas condicións de iluminación e con distintos elementos ópticos nos seus brazos, e coñecer así a súa utilidade conceptual para saber analizar outros interferómetros e deseñar aplicacións metrolóxicas;
- calcular e analizar distribucións de intensidade interferencial producidas baixo diferentes configuracións de división simple de amplitude;
- coñecer outras estratexias interferenciais por división de amplitude (diferencial, en bucle, etc.) e outras aplicacións interferométricas.

Asemade, esta unidade contribuirá á consecución de obxectivos xerais da materia en relación coa mellora de destrezas e capacidades transversais, nomeadamente:

- adquirir o dominio de destrezas físico-matemáticas necesarias para unha asimilación eficiente da materia. Nesta unidade estaría relacionado con facer cálculos con funcións complexas, cálculos de integrais de superficie para obter graos de coherencia óptica, cálculo trigonométrico en notación complexa, etc.;
- usar a técnica heurística, é dicir, a utilización de conceptos e ferramentas sinxelas, para a descrición e/ou análise de procesos ópticos. Nesta unidade estaría relacionado con describir e analizar dun xeito heurístico procesos interferenciais por división simple de amplitude;
- comunicar coñecemento científico-técnico por escrito, sabendo plasmalo nun documento de tipo científico, tal e como se describe na Guía Docente da materia no referente á avaliación por actividades;
- realizar unha aprendizaxe autónoma mediante o acceso a libros de texto ou de consulta para buscar problemas ou explicacións complementarias ou adicionais relacionadas coa interferencia por división de amplitude.

A METODOLOXÍA

A unidade didáctica está deseñada para ser desenvolvida entre 8-10 horas de clases presenciais. De seguido indícanse os aspectos metodolóxicos.

- Material didáctico: o alumno disporá de antemán no Campus Virtual da USC dos contidos desta unidade didáctica, da bibliografía necesaria para preparala, e de material didáctico complementario como imaxes, ligazóns, referencias, etc. Asemade, disporá dos enunciados dos exercicios deste tema con indicacións para a súa resolución.
- Clases expositivas: farase unha exposición de contidos esenciais da teoría con transparencias pdf e uso do encerado. Faranse pequenos exercicios para clarexamento e afondamento na teoría, e tamén exercicios precursores de outros máis complexos. Asemade, recoméndase aos alumnos que completen ou maticen personalizadamente o material entregado durante a exposición da teoría para facilitar o seu estudo posterior.
- Clases interactivas: nestas clases buscarase a interacción cos alumnos facendo preguntas, pequenos debates, e en definitiva usando dinámicas de participación dos alumnos. Preferentemente, consistirán en clases de encerado con contidos ou cuestións máis prácticas, como resolución de problemas, análise de experiencias ópticas na aula, prantexamento e crarexamento de dúbidas, etc. En todo caso, na práctica docente haberá en moitas ocasións transicións espontáneas entre clase expositiva e interactiva.
- Traballo en grupo e personal orientado: consistirá, por unha banda, na resolución estándar dalgúns exercicios en grupo, e por outra, na resolución personal dun exercicio, dentro da avaliación por actividades e segundo as directrices recollidas no anexo da Guía Docente da materia. Ditas directrices propoñen unha presentación e estrutura de resolución do exercicio moi semellante á dun artigo científico. O alumno tamén debe propoñer un apartado adicional ao exercicio co obxecto de desenvolver a capacidade para formular preguntas e/ou cuestións.
- Titorías de grupo: haberá sesións de titoría en grupo onde se revisará o traballo correspondente á avaliación por actividades desta unidade, e onde se resolverán dúbidas ou dificultades. Asemade, farase uso do Campus Virtual para dar resposta a cuestións ou dúbidas mediante as ferramentas de comunicación das que dispón dito Campus.

OS CONTIDOS

Na primeira sección de contidos desta unidade didáctica preséntase a interferencia por división simple de amplitude en láminas ópticas de espesor constante, prestando especial atención á súa fenomenoloxía, para despois proceder á súa formalización rigorosa. Asemade, na seguinte sección preséntase a interferencia en láminas ópticas de espesor variable. Estes contidos son útiles e fundamentais para estudar os interferómetros de Michelson e de Mach-Zehnder, de alto interese estratéxico para a física fundamental e aplicada, e que serán analizados nas dúas últimas seccións.

1. Interferencia en láminas ópticas de espesor constante

1.1. Estudo case-ondulatorio da interferencia por reflexión

Sexa unha lámina óptica de espesor constante d , ou lámina plano-paralela, mergullada no ar ou baleiro, e de índice n . Iluminámola, como se mostra na Figura 1, cunha fonte natural extensa S, espacialmente incoherente e case-monocromática de frecuencia $\omega = k_o c$. A luz reflectida recóllese cunha lente de focal f e obsérvase no plano focal. Considerando, por razóns que veremos, só dúas ondas reflectidas facemos un cálculo case-ondulatorio da intensidade interferencial por reflexión achando a fase interferencial Φ e as súas intensidades I_{r1} e I_{r2} , logo obtemos

$$I_r(x, y, z) = I_{r1} + I_{r2} + 2\sqrt{I_{r1}I_{r2}} \cos \Phi(x, y, z), \quad (1)$$

onde en boa aproximación supoñemos que I_{r1} e I_{r2} son case constantes no plano de observación.

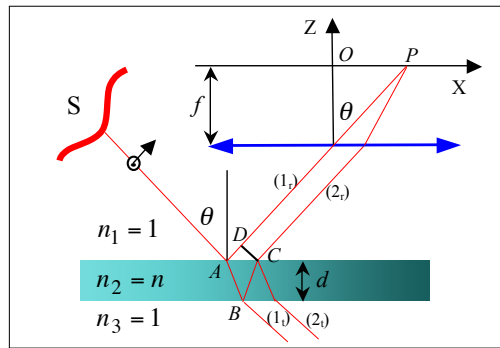


Figura 1: Esquema da interferencia por reflexión nunha lámina óptica

Fase interferencial: o cálculo da fase interferencial Φ faise achando a diferenza de Lonxitudes de Camiño Óptico (LCO) das ondas reflectidas $\mathcal{E}_{r1}$ e $\mathcal{E}_{r2}$ na primeira e na segunda discontinuidade. Como se mostra na Figura 1, no punto A prodúcese a división de enerxía e a lente enfoca e superpón en P os raios (1_r) e (2_r) , asociados as ondas reflectidas, e que inciden sobre a lente a θ graos respecto ao eixo óptico. Polo principio de reversibilidade os raios DC atópanse en fase, xa que de emerxer de P unha perturbación luminosa, DC atoparíase na mesma fronte de onda plana. Daquela, $DP = CP$, logo as LCO non comúns son $L_2 = n(ABC) = 2nAB$ e $L_1 = AD$. Ademais, a reflexión ar-vidro introduce un salto de fase de Fresnel π entre as dúas ondas xa que $r_{21} \equiv r' = -r_{12} \equiv -r$, tanto para TE como TM. Logo a fase é $\Phi = k_o(L_2 - L_1) \pm \pi = k_o\Delta_{21} \pm \pi$, con $\Delta_{21} = 2nAB - AD$. Daquela, usando relacións trigonométricas simples (ver Figura 1), e o ángulo de transmisión θ_t , obtemos: $AB = d / \cos \theta_t$, $AD = AC \sin \theta = AC n \sin \theta_t$, e $AC = 2d \tan \theta_t$, logo

$$\Phi = k_o 2n d \cos \theta_t \pm \pi = k_o 2d \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta} \pm \pi. \quad (2)$$

Nótese que se $n < n_3$, entón o salto de fase $\pm \pi$ canceláase. Observamos tamén que todo punto da fonte S emitindo co mesmo ángulo θ produce a mesma fase Φ .

Intensidade das ondas: en xeral os dieléctricos ópticos son de baixa reflectividade, polo que só consideramos a superposición de dous campos reflectidos $\mathcal{E}_{r1}$ e $\mathcal{E}_{r2}$, tal e como se mostra na Figura 1. En efecto, se $\mathcal{E}_i$ denota o campo incidente, entón: $\mathcal{E}_{r1} = r\mathcal{E}_i$ e $\mathcal{E}_{r2} = rtr't'\mathcal{E}_i$, onde $t \equiv t_{12}$ e $t' \equiv t_{21}$ son os coeficientes de Fresnel de transmisión, polo tanto as intensidades son: $I_{r1} = |r|^2 I_o$ e $I_{r2} = |rtr't'| I_o$, con I_o denotando a intensidade da fonte salvo constantes debidas á propagación e á acción da lente. Pódese xustificar que as dúas primeiras ondas reflectidas son de intensidade semellante, e mesmo as máis relevantes xa que a terceira e posteriores teñen, en comparanza, unha intensidade desprezable¹. Consecuentemente, abonda cun estudo de división simple de amplitude ou de dúas ondas, e non múltiple.

Análise da Intensidade interferencial: como xa se xustificou, $I_{r1} \approx I_{r2} = I_{or}$ (intensidade no plano de observación), e daquela a visibilidade estará preta da unidade, é dicir, $V_r \approx 1$. Polo tanto, a expresión da intensidade interferencial en forma normal producida por toda a fonte, e sacada unha constante relacionada coa intensidade total e outros factores como a propagación e a lente, será

$$I_r \approx 2I_{or} [1 - \cos(2k_o n d \cos \theta_t)] = 2I_{or} [1 - \cos(2k_o d \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta})] \quad (3)$$

Os máximos e mínimos de intensidade corresponden a valores do ángulo θ_t (ou θ) dados, respectivamente, polas ecuacións:

$$2nd \cos \theta_t = 2d \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta} = (m + 1/2) \lambda_o, \quad (4)$$

$$2nd \cos \theta_t = 2d \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta} = m \lambda_o. \quad (5)$$

Para cada ángulo θ (θ_t) temos no plano focal da lente un anel, ou franxa circular de interferencia de raio $r = OP = f \tan \theta$. As franxas atópanse localizadas no infinito, ou no plano focal da lente, e denomínanse *franxas de igual inclinación* ou de *Haidinger*.

Intensidade interferencial paraxial: en realidade é a interferencia paraxial a que se pode detectar con lentes e co propio ollo, logo se facemos a aproximación paraxial podemos escribir $\cos \theta_t = \sqrt{1 - \sin^2 \theta_t} \approx 1 - \theta^2/2n^2 \approx 1 - r^2/2f^2n^2$, con $r = \sqrt{x^2 + y^2} \equiv OP$. Logo a expresión da intensidade interferencial paraxial é:

$$I_r(r) \approx 2I_{or} \{1 - \cos[2k_o n d (1 - r^2/2f^2n^2)]\} \quad (6)$$

Os máximos paraxiais de I_r verifican: $2k_o n d (1 - r^2/2f^2n^2) = (2m + 1)\pi$, $m \in \mathbb{N}$, é dicir, son periódicos en r^2 ; o mesmo ocorre cos mínimos.²

Finalmente, se a fonte é policromática o padrón interferencial ten forma de aneis de cores. Asemade, hai interferencia se: $\tilde{\Delta}_{21} = \Delta_{21} + \lambda_o/2 < l_o = ct_o$, con l_o e t_o a lonxitude e duración medias dos pulsos. Daquela, xa que Δ_{21} diminúe consonte θ aumenta, precisarase un retardo interferencial $\tilde{\tau}_{12} = (2nd/c) + \lambda_o/2c < t_o$.

¹Valores numéricos para luz de amplitude unidade incidindo normalmente sobre dun vidro con $n=1.5$: $\mathcal{E}_{r1} \approx \pm 0.20$ (TM-TE), $tt' \approx 1$, $\mathcal{E}_{r2} \approx \mp 0.19$, $\mathcal{E}_{r3} \approx \mp 0.08$,... (o signo menos na amplitude é un salto π na fase interferencial equivalente a un camiño óptico $\lambda_o/2$), e $\mathcal{E}_{t1} \approx 0.96$, $\mathcal{E}_{t2} \approx 0.038$, $\mathcal{E}_{t3} \approx 0.001$. Obsérvese que $\mathcal{E}_{r1} \approx \mathcal{E}_{r2}$ e $\mathcal{E}_{t1} \gg \mathcal{E}_{t2}$. **Exer.**-Comprobar estes resultados numéricos.

²Nótese que o máximo de maior orde corresponde a $r = \theta = 0$; por exemplo, se tivéssemos un máximo central, é dicir, $2k_o n d = (2m_o + 1)\pi$, entón ao resto de máximos corresponderalles un valor $m < m_o$.

1.2. Estudo case-ondulatorio da interferencia por transmisión

Para o cálculo case-ondulatorio da interferencia por transmisión procedemos de igual xeito que no caso por reflexión. Daquela, para o cálculo da fase interferencial, achamos, tendo en conta a Figura 2, as relacións: $BC = d / \cos \theta_t$, $BE = BD \sin \theta$, e $BD = 2d \tan \theta_t$. Consecuentemente, a diferenza de camiños ópticos é $\Delta_{21} = n(BCD) - BE = 2nd \cos \theta_t$, é dicir, a mesma expresión que no caso por reflexión pero agora, como é ben sabido, non hai fase π de Fresnel.

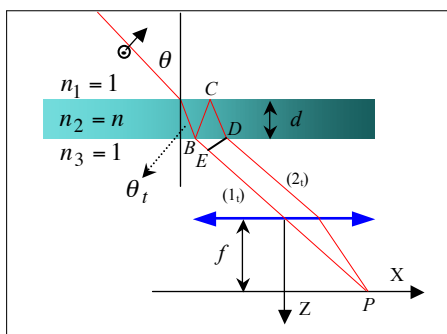


Figura 2: Esquema da interferencia por transmisión nunha lámina óptica

No tocante ás intensidades transmitidas teríamos $I_{t1} = |tt'|^2 I_o$ e $I_{t2} = |tr'^2 t'|^2 I_o$, con I_o denotando de novo a intensidade da fonte, salvo constantes debidas á propagación e á acción da lente. Polo tanto, a intensidade interferencial é

$$I_t \approx I_{t1} + I_{t2} + 2\sqrt{I_{t1}I_{t2}} \cos(2k_o d \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta}). \quad (7)$$

Como xa se xustificou numericamente, $I_{t1} \ll I_{t2}$, e daquela teremos $\mathcal{V}_t \ll 1$, é dicir, unha baixa visibilidade. As franxas son de novo circulares localizadas no infinito, ou plano focal da lente, e os padróns son complementarios aos obtidos por reflexión.

Alternativamente, usando o principio de conservación da enerxía podemos deducir de xeito inmediato a distribución de intensidade interferencial por transmisión na lámina óptica plano-paralela, é dicir, se I_o é a intensidade total entón a intensidade interferencial transmitida é $I_t = I_o - I_r$, onde I_r vén dado pola ecuación (3). Despois dun sinxelo cálculo a intensidade I_t , en forma normal, é

$$I_t \approx (I_o - 2I_{or}) [1 + \mathcal{V}_t \cos(2k_o d \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta})], \quad (8)$$

onde $\mathcal{V}_t = 2I_{or} / (I_o - 2I_{or}) \ll 1^3$, o que tamén se explica por ser as intensidades I_t e I_r complementarias. Cunha fonte policromática os padróns seguen a ser complementarios aos de reflexión pero en cores. Neste caso, $\Delta_{21} < ct_o$, e daquela precisase un retardo $\tau_{12} = (2nd/c) < t_o$. Formalmente, a visibilidade melloraría na dirección radial, porén, a falta de paraxialidade (aberracións), o tamaño finito da lente e/ou do ollo (difracción), etc., fai que as interferencias se degraden e desaparezan ao longo da dita dirección.

³Exer.-Obter a aproximación paraxial da intensidade interferencial por transmisión en variables cartesianas.

1.3. Estudo ondulatorio paraxial

Sexa unha fonte extensa con $\omega = k_o c$, iluminando, por reflexión nun divisor de feixe (microcapa condutora depositada nun dieléctrico), unha lámina (Figura 3).

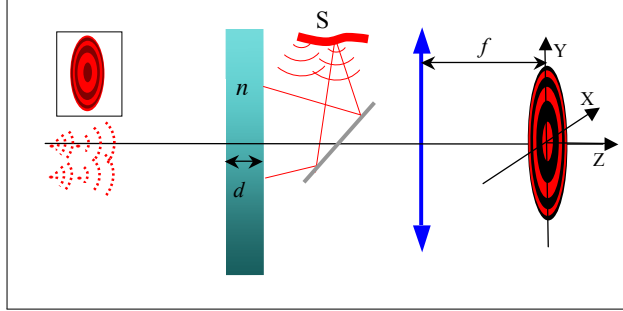


Figura 3: Interferencia con lámina óptica usando divisor de feixe

Fonte puntual: sexa un punto luminoso (u, v) da imaxe especular da fonte producida polo divisor, sito aproximadamente a unha distancia L da lámina. A reflexión na lámina produce dúas ondas procedentes virtualmente dos puntos $z_{1(1)} = -L$ e $z_{1(2)} = -L - 2d/n$, e igual coordenadas (u, v) . Daquela, as ondas reflectidas son,⁴

$$\mathcal{E}_{r1}(x, y, z) = \frac{r \mathcal{E}_s(u, v)}{(z + L)} e^{ik_o z} e^{ik_o \frac{(x-u)^2 + (y-v)^2}{2(z+L)}} \mathbf{u}, \quad (9)$$

$$\mathcal{E}_{r2}(x, y, z) = \frac{-rtt' \mathcal{E}_s(u, v)}{(z + L + 2d/n)} e^{ik_o(z+2nd)} e^{ik_o \frac{(x-u)^2 + (y-v)^2}{2(z+L+2d/n)}} \mathbf{u}, \quad (10)$$

onde $\mathbf{u}$ é un vector unitario real describindo luz TE ou TM, e $\mathcal{E}_s(u, v)$ a amplitude do campo no punto (u, v) da fonte, logo $i_s(u, v) = |\mathcal{E}_s(u, v)|^2$. En xeral $2d/n \ll L$, e se $tt' \approx 1$, entón a intensidade interferencial paraxial nun plano z (sen usar lente) é

$$I_r(x, y, z) \approx \frac{R i_s(u, v)}{(z + L)^2} \left\{ 1 - \cos \left[2k_o n d \left(1 - \frac{(x-u)^2 + (y-v)^2}{2n^2(z+L)^2} \right) \right] \right\}, \quad (11)$$

con $R = |r|^2$. Obsérvase que para o punto particular (u, v) considerado obtemos franxas circulares (aneis) de interferencia cuxo centro é o dito punto pero no plano z de observación. Asemade, o tamaño dos aneis medra consonte afastamos o plano z . Sen perda de xeralidade escollemos $(u, v) = (0, 0)$, entón $(x^2 + y^2)/(z + L)^2 \approx \theta^2$, con θ o ángulo que forma co eixo z a liña que une a fonte puntual virtual con calquera punto do plano de observación, é dicir, é o ángulo de reflexión das liñas de fluxo ou raios. Entón, é fácil ver que $\Phi = 2k_o n d (1 - \theta^2/2n^2) \approx 2k_o n d \cos \theta_t$, tal e como deducimos antes usando a diferenza de camiño óptico Δ_{12} . Nótese que a fase π que debe aparecer na fase interferencial corresponde ao signo menos na ecuación (11) procedente da relación de Stokes $r' = -r$. Finalmente, temos que indicar que a interferencia así obtida chámase non-localizada e real por estar definida en todo o espazo, ou máis exactamente nunha ampla rexión tridimensional, e ser detectable.

⁴Exer.-Achar a posición $z_{1(1)}$ e $z_{1(2)}$ dos puntos luminosos virtuais producidos pola lámina, usando a lei de conxugación de láminas plano-paralelas respecto da primeira discontinuidade da dita lámina.

Fonte extensa: a fonte é espacialmente incoherente, logo en calquera plano de observación teremos unha superposición continua de padróns interferenciais con distribucións de intensidade dadas pola ecuación (11). Para fontes suficientemente extensas a intensidade total en ditos planos será case-uniforme, é dicir, $I \approx \text{cte.}$ Porén, consonte afastamos o plano de observación os padróns atópanse máis pretos en termos relativos, é dicir, o desprazamento do centro é pequeno respecto ao tamaño dos aneis, polo que asintoticamente no infinito serían coincidentes.

A cuestión agora é implementar opticamente a observación no infinito, o que se acada observando a intensidade no plano focal dunha lente situada a unha certa distanza da lámina, tal e como se mostra na Figura 3. Imos achar e analizar o campo óptico dunha onda esférica paraxial, procedente dun punto luminoso arbitrario (u, v, z_1) , no plano focal da lente. Probaremos que a amplitude e a fase son independentes da posición do punto, e polo tanto que todos os padróns interferenciais son coincidentes na orixe de coordenadas do plano focal.

Sexa unha onda con amplitude $\mathcal{E}_s$ procedente, por simplicidade e sen perda de xeneralidade, do punto $(u, 0, z_1)$, entón a expresión xeral da onda no plano focal é:

$$\mathcal{E}(x, y, f) = -\frac{\mathcal{E}_s z_2}{z_1(z_2 - f)} e^{-ik_o \frac{u^2}{2z_1}} e^{ik_o \frac{M^2 u^2}{2z_2}} e^{ik_o f} e^{ik_o \frac{(x-Mu)^2 + y^2}{2(f-z_2)}} \mathbf{u}. \quad (12)$$

Se temos en conta a lei de conxugación $z_2 = z_1 f / (z_1 + f)$, e substituímos este valor no factor de amplitude da onda entón obtemos a expresión $\mathcal{E}_o / f$, que en efecto é independente do punto. Por outra banda, na fase obtemos termos con dependencia en u a orde cuadrática e a orde lineal. Usando $M = f / (z_1 + f)$, ditos termos dan:

$$\frac{u^2 M^2}{f - z_2} - \frac{u^2}{z_1} + \frac{u^2 M^2}{z_2} = 0, \quad -\frac{u M x}{f - z_2} = \frac{x}{f}. \quad (13)$$

Polo tanto, a orde cuadrática anúlase, e a orde lineal é independente da posición do punto luminoso, é dicir, temos a seguinte onda no plano focal da lente:

$$\mathcal{E}(x, y, f) = -\frac{\mathcal{E}_s}{f} e^{-ik_o} e^{ik_o f} e^{ik_o \frac{(x^2 + y^2)}{2(f-z_2)}} e^{ik_o \frac{x}{f}} \mathbf{u}. \quad (14)$$

Agora podemos calcular as expresións particulares das ondas reflectidas na lámina óptica no plano focal da lente. As amplitudes serán $\mathcal{E}_{o1} = r\mathcal{E}_s/f$ e $\mathcal{E}_{o2} \approx -r\mathcal{E}_s/f$, e ademais na fase cuadrática podemos usar a relación $1/(f - z_2) = (z_1 + f)/f^2$, onde z_1 son os valores xa coñecidos, $z_{1(1)} = -L$ e $z_{1(2)} = -L - 2d/n$. Lembremos tamén que a segunda onda ten unha fase adicional $2k_o nd$ debido á súa propagación de ida e volta no interior da lámina. Finalmente, xa que todos os puntos da fonte producen a mesma intensidade interferencial, e supoñendo unha distribución de densidade de intensidade da fonte igual a $i_s(u, v)$, entón a intensidade (paraxial) interferencial total, no plano focal da lente, será

$$I_r(x, y, f) \approx 2Q \left\{ 1 - \cos \left[2k_o nd - k_o \frac{x^2 + y^2}{2f^2} (z_{1(1)} - z_{1(2)}) \right] \right\}, \quad (15)$$

con $Q = \int [i_s(u, v) R / f^2] du dv \equiv I_{or}$. Substituíndo na ecuación anterior as posicións $z_{1(1)}$ e $z_{1(2)}$, é doado probar que a fase interferencial na ecuación anterior pódese aproximar a $\Phi \approx 2k_o nd(1 - \theta^2/2n^2)$, e que podemos poñer como $\Phi \approx 2k_o nd \cos \theta_t$. En resumo, queda probada a existencia de interferencia localizada no infinito.

2. Interferencia en láminas ópticas de espesor variable

2.1. Estudo case-ondulatorio

Unha lámina de espesor variable $d(\mathbf{r})$ producirá, baixo determinadas condicións, interferencia por división simple de amplitude, tal e como se mostra na Figura 4. Así, se o seu espesor é moi pequeno e varía lentamente na orde da lonxitude de onda, entón pódese considerar coma unha lámina localmente plano-paralela. Láminas deste tipo son, por exemplo, as de aceite sobre auga dun charco.

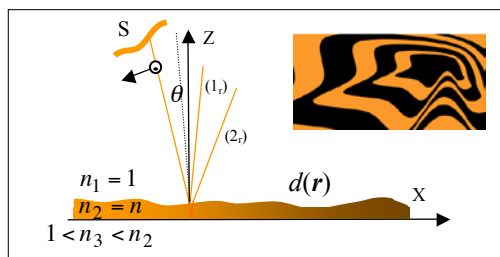


Figura 4: Interferencia nunha lámina óptica de espesor variable

Daquela, se iluminamos baixo incidencia case-normal e paraxial ($\theta \ll 1$ rad), entón a fase interferencial pódese reescribir formalmente, tendo en conta os resultados para láminas de espesor constante, como $\Phi \approx k_o 2n d(\mathbf{r}) [1 - \theta_t^2/2] \pm \pi \approx k_o 2n d(\mathbf{r}) \pm \pi$. Logo, en boa aproximación, a intensidade interferencial é

$$I_r(\mathbf{r}) \approx 2I_{or} \{1 - \cos[2k_o n d(\mathbf{r})]\}. \quad (16)$$

De igual xeito obteríamos a intensidade interferencial por transmisión $I_t(\mathbf{r})$, onde de novo non hai salto de fase π e a $\mathcal{V}$ é baixa. Isto pódese ver tamén como consecuencia da complementariedade de intensidades. En ámbolos dous casos, as ecuacións dos máximos e mínimos definen en xeral complexas curvas de igual intensidade, e daquela *franxas de igual espesor* ou de *Fizeau*. As ecuacións xerais das ditas curvas por reflexión son, respectivamente,

$$2n d(\mathbf{r} = \mathbf{R}_m) = (m + 1/2)\lambda_o, \quad 2n d(\mathbf{r} = \mathbf{r}_m) = m\lambda_o. \quad (17)$$

A interfranja é en xeral variable, é dicir, dependente do punto $\mathbf{r}$, e adóitase deducir dos mínimos, xa que estes son máis doados de medir. Podemos tamén definir unha interfranja constante no espazo de variable $d(\mathbf{r})$, é dicir, $d(\mathbf{r}_{m+1}) - d(\mathbf{r}_m) = \lambda_o/2n$. Asemade, a variación, e daquela a derivada, do espesor local pódese estimar do número de franxas por unidade de lonxitude. No tocante á localización das franxas podemos adiantar que estarán sobre da lámina, xa que se a lámina é moi delgada pódese ver que a superposición de $\mathcal{E}_{r1}$ e $\mathcal{E}_{r2}$ prodúcese nas proximidades da lámina. Ademais, a intensidade é sempre a mesma con independencia do punto da fonte. Xustificarémolo máis formalmente mediante o estudo ondulatorio.⁵

⁵Exer.-Sexa unha lámina de espesor, $d = a + bx^q$, con $q = 1, 3$, achar $I_r(\mathbf{r})$ e as expresións das interfranzas constante e variable.

2.2. Estudo ondulatorio paraxial

Como adiantamos, as interferencias en láminas de espesor variable atópanse localizadas nas proximidades da lámina, mostrando unha topografía do espesor ao través das franxas interferenciais, é dicir, do seu valor e da súa variación ou derivada, como se mostra na Figura 5 (se a fonte é policromática as franxas son de cores).



Figura 5: Interferencias por reflexión e transmisión en láminas de espesor variable

Para analizar de xeito ondulatorio a interferencia nestas láminas de espesor variable consideramos as funcións de transmisión e de reflexión dunha superficie separando dous medios de índices n_1 e n_2 , e representada pola función $z(x, y)$, é dicir,

$$t(x, y) = te^{ik_o(n_1 - n_2)z(x, y)}, \quad r(x, y) = re^{ik_o 2n_1 z(x, y)}. \quad (18)$$

Sexa agora unha lámina delgada con base plana, como a da Figura 4. Temos dúas discontinuidades, unha coa ecuación $z_{(1)}(x, y)$ con respecto a un plano de referencia $z = d_o$ tal que, por exemplo, $z_{(1)}(0, 0) = 0$, e outra coa ecuación $z_{(2)} = 0$. Sexa agora un punto luminoso arbitrario (u, v) da fonte extensa sita a unha distancia L da lámina. Nas proximidades da lámina, as ondas incidente (con amplitude $\mathcal{E}_s$) e primeira reflectida, e a segunda onda reflectida, son

$$\mathcal{E}_i(x, y) \approx (\mathcal{E}_s/L) e^{ik_o L} e^{ik_o \frac{(x-u)^2 + (y-v)^2}{2L}}, \quad \mathcal{E}_{r1}(x, y) = re^{ik_o 2z(x, y)} \mathcal{E}_i(x, y), \quad (19)$$

$$\mathcal{E}_{r2}(x, y) = te^{ik_o(1-n)z_1(x, y)} e^{ik_o n d_o} (-r) e^{ik_o n d} t' e^{-ik_o(n-1)z_1(x, y)} \mathcal{E}_i(x, y). \quad (20)$$

A superposición das ondas reflectidas require obter a diferenza de fase das ondas $\mathcal{E}_{r1}$ e $\mathcal{E}_{r2}$, a cal despois dun sinxelo cálculo dá $\Phi = 2k_o n d(x, y)$, onde $d(x, y) = d_o - z_1(x, y)$ define a función espesor da lámina. Asemade, tendo en conta $\mathcal{E}_i(x, y)$ é doado ver que a intensidade interferencial é independente do punto da fonte. Polo tanto, obtemos o mesmo resultado que pola vía case-ondulatoria, pero ademais, xustificamos que a interferencia está localizada nas proximidades da lámina xa que todos os puntos (u, v) da fonte extensa producen na veciñanza da dita lámina a mesma intensidade interferencial. Por outra banda, consonte nos afastamos da lámina as ondas $\mathcal{E}_{r1}(x, y)$ e $\mathcal{E}_{r2}(x, y)$ adquiren expresións complicadas (a estudar en difracción), e cuxa forma depende ademais do punto da fonte. Logo, coma no caso de láminas plano-paralelas, haberá unha superposición de padróns de interferencia desprazados e distintos que producen unha intensidade uniforme.⁶

⁶**Franxas Moiré:** obtéñense cando dous obxectos con transmitancia óptica periódica, por exemplo, $T_i = (1 + \cos \Phi_i)/2$, $i = 1, 2$, pónense en contacto producindo para $I_o = 1$ unha intensidade $I = T_2 T_1 = (1/4)[1 + \cos \Phi_1 + \cos \Phi_2 + (1/2) \cos(\Phi_1 + \Phi_2) + (1/2) \cos(\Phi_1 - \Phi_2)]$. Nótese que o último termo é de baixa “frecuencia” e dá franxas (Moiré). Aparecen en fotografía, en tecidos dobrados, etc., con padróns análogos aos interferenciais pero non son interferencia de amplitude.

2.3. Láminas paraxiais básicas

Sexa unha superficie esférica (ou en xeral cónica), con raio de curvatura R en contacto cunha superficie plana delimitando un medio de índice n (en xeral $n = 1$), tal e como se mostra na Figura 6. Seguindo as propiedades das láminas de espesor variable teremos un padrón de franxas de igual espesor sobre da lámina. Con iluminación coherente teríamos tamén ese tipo de padrón, pero non localizado.

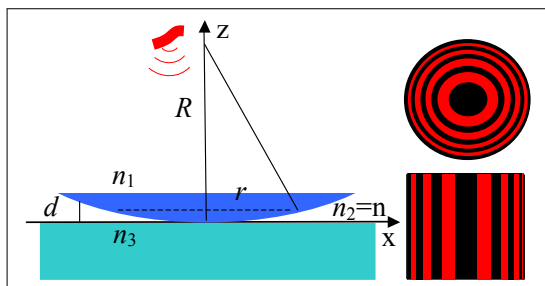


Figura 6: Interferencia en láminas esféricas (aneis de Newton)

A fase interferencial $\Phi = 2k_o n d(r) \pm \pi$ para a lamina esférica pódese obter facilmente na aproximación paraxial, é dicir, da Figura 6 obtemos $\Phi \approx k_o 2n (R - \sqrt{R^2 - r^2}) \pm \pi$, e paraxialmente $\Phi \approx k_o n r^2 / R \pm \pi$, logo a intensidade por reflexión será:

$$I_r(r) \approx 2I_{or} [1 - \cos(k_o n r^2 / R)] \quad (21)$$

O padrón interferencial por transmisión é complementario ao de reflexión, é dicir, $I_t = I_o - I_r$. Nos dous casos temos franxas circulares (ver Figura 6), é dicir, a intensidade é radialmente invariante en forma de aneis brillantes e escuros. Para I_r as expresións dos raios dos máximos, mínimos e interfranja constante son

$$R_m = \sqrt{(m + 1/2)\lambda R}, \quad r_m = \sqrt{m\lambda R}, \quad r_{m+1}^2 - r_m^2 = \lambda R, \quad (22)$$

onde $m = 0, 1, 2, \dots$, e $\lambda = \lambda_o / n$. Nótese que $r_m \propto \sqrt{m}$. Asemade, do padrón interferencial, e en particular da interfranja constante ou variable, podemos estimar parámetros como: n , R e λ_o , que son aplicacións metrolóxicas básicas⁷. Tamén podemos considerar láminas cilíndricas. Os resultados anteriores, sacadas constantes, son válidos co cambio $r \rightarrow \rho$. As franxas son lineais (ver Figura 6).

Efectos da separación: no centro do padrón e en contacto óptico, $d(0) = 0$, e a intensidade é mínima se $n_1, n_3 > n = 1$. Se separamos as superficies, $d(0) = s$, e temos

$$I_r(r) \approx 2I_{or} [1 - \cos(2k_o s + k_o r^2 / R)], \quad (23)$$

logo no centro, se $2s = p\lambda_o$ con $p \in \mathbb{N}$, temos mínimos, e se $2s = (p + 1/2)\lambda_o$, temos máximos. Contando número de aneis medimos microdesprazamentos, é dicir, $\Delta s = p\lambda_o/2$. Asemade, da ecuación (23) temos que o raio R_m dun máximo m diminúe se s medra (efecto sumideiro), e medra se s diminúe (efecto fonte).

⁷En xeral estas interferencias permiten avaliar a calidade de superficies de elementos ópticos como as lentes. Neste caso se os aneis están deformados é que a superficie non é esférica na orde de λ_o .

3. Interferómetro de Michelson e aplicacións

3.1. Estudo case-ondulatorio

Un interferómetro de Michelson é un dispositivo constituído por dous espellos, E_1 e E_2 , en xeral con parafusos micrométricos para a medida de microdesprazamentos, e un divisor de feixe con reflectancia e transmitancia R e T . Os espellos dispóñense perpendicularmente de tal xeito que o divisor forme un ángulo de $\pi/4$ cos espellos, tal e como se mostra na Figura 7. As fases de camiño óptico e de Fresnel introducidas polo divisor pódense agrupar nunha fase inicial de valor ϵ , e que en xeral se cancela coa dunha lámina chamada compensadora.

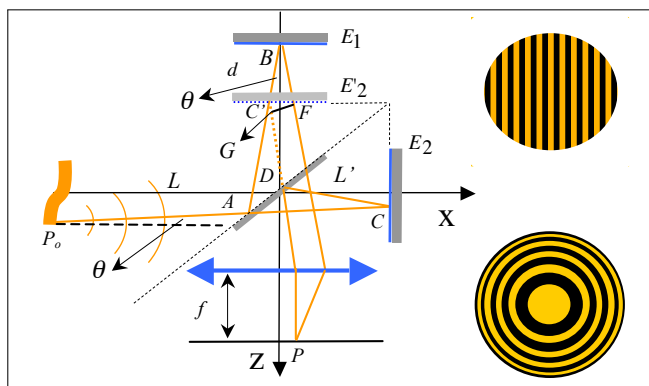


Figura 7: Esquema do interferómetro de Michelson (vista superior)

Calquera liña de fluxo dunha onda esférica emerxente da fonte extensa de frecuencia $\omega = k_o c$, divídese en dúas que emerxen paralelas despois de pasar, por segunda vez, polo divisor (obsérvase que hai dúas saídas, a vertical v e a horizontal h). En efecto, se achamos a imaxe especular do que hai no espazo á dereita do divisor, equivalente a pregar o interferómetro, observamos que todo é equivalente a unha lámina plano-paralela ficticia, tal e como se mostra na Figura 7, con $n=1$, e $\theta = \theta_t$. Se o divisor ten $R=T=1/2$, as intensidades na saída vertical son $I_{v1}=I_{v2}=I_o/4$, con I_o a intensidade sen divisor. Por outra banda, seguindo os argumentos usados en láminas plano-paralelas, temos $\Delta_{12} = 2C'B - C'G$, con $2d \tan \theta = C'F$, $\sin \theta = C'G/C'F$, $2 \sin \theta = C'F/C'B$, e daquela $\Phi = 2k_o d \cos \theta + \epsilon$. Logo, se por simplicidade ϵ está compensado, a intensidade interferencial vertical é

$$I_v(\theta) = \frac{I_o}{2} [1 + \cos(k_o 2d \cos \theta)] . \quad (24)$$

Nótese que nos máximos temos un valor I_o e non $4I_o$. Asemade, as franxas son de igual inclinación e daquela circulares no plano focal da lente, como se mostra na Figura 7. Por outra banda, a intensidade horizontal é a complementaria, é dicir, $I_h(\theta) = (I_o/2) [1 - \cos(k_o 2d \cos \theta)]$. De novo, na aproximación paraxial teremos $\cos \theta \approx 1 - \theta^2/2 = 1 - r^2/f^2$.

Finalmente, se E_1 non é perpendicular a E_2 temos un efecto cuña producindo franxas de igual espesor, en particular lineais verticais, como se mostra na Figura 7.

3.2. Estudo ondulatorio paraxial

Os puntos da fonte extensa case-monocromática de frecuencia $\omega = k_o c$ atópanse aproximadamente a unha distanza L do divisor de feixe, e os espellos a L' e $L' + d$. Obtemos primeiro a interferencia producida por un punto da fonte iluminando ao interferómetro, e de seguido estendemos o resultado á fonte extensa.

Fonte puntual: sexa un punto luminoso arbitrario $(-L, v, -u)$ da fonte extensa respecto do sistema de referencia indicado na Figura 7. É doado probar, pregando de novo especularmente o interferómetro respecto ao divisor de feixe, que a reflexión nos espellos produce dúas ondas procedentes virtualmente dos puntos con coordenadas (u, v, z_1) , onde $z_{1(2)} = -l = -(L + 2L')$ e $z_{1(1)} = -(l + 2d)$. Daquela, as ondas reflectidas poden escribirse como:⁸

$$\mathcal{E}_2(x, y, z) = \frac{-\mathcal{E}(u, v)}{2(z+l)} e^{ik_o(z+l)} e^{ik_o \frac{(x-u)^2 + (y-v)^2}{2(z+l)}} \mathbf{u}, \quad (25)$$

$$\mathcal{E}_1(x, y, z) = \frac{-\mathcal{E}(u, v)}{2(z+l+2d)} e^{ik_o(z+l+2d)} e^{ik_o \frac{(x-u)^2 + (y-v)^2}{2(z+l+2d)}} \mathbf{u}, \quad (26)$$

onde $\mathbf{u}$ é un vector unitario real describindo luz TE ou TM, e $\mathcal{E}(u, v)$ a amplitude do campo no punto $(-v, u)$ da fonte. Nótese que a amplitude de saída é 1/2 despois de pasar a luz dúas veces polo divisor. En xeral, cúmprese a desigualdade $2d \ll L$, polo tanto, denotando $i(u, v) = |\mathcal{E}(u, v)|^2$, a intensidade interferencial pola saída v (saída usual), en boa aproximación, é

$$I(x, y, z) \approx \frac{i(u, v)}{(z+l)^2} \left\{ 1 + \cos \left[2k_o d \left(1 - \frac{(x-u)^2 + (y-v)^2}{2(z+l)^2} \right) \right] \right\}. \quad (27)$$

Obsérvase que para o punto particular considerado obtemos, como era de agardar, franxas circulares de interferencia (aneis) cuxo centro depende do punto (u, v) considerado. Asemade o tamaño dos aneis medra consonte afastamos o plano de observación z . Sen perda de xeralidade escollemos o punto $(u, v) = (0, 0)$, entón é doado ver que $\theta^2 = (x^2 + y^2)/(z+l)^2$, onde θ está indicado na Figura 7. Polo tanto, $\Phi = 2k_o d(1 - \theta^2/2) \approx 2k_o d \cos \theta$, de xeito análogo ao que obtivemos na ecuación (11) para láminas reais, pero agora $n = 1$, é dicir, para unha lámina ficticia.

Fonte extensa: igual que no caso de láminas plano-paralelas, se a fonte é espacialmente incoherente entón en calquera plano de observación teremos unha superposición continua de padróns interferenciais con distribucións de intensidade dadas pola ecuación (27). Daquela, como xa indicamos anteriormente, para fontes suficientemente extensas a intensidade total en ditos planos será case-uniforme, é dicir, $I \approx cte$, excepto no infinito. Polo tanto, temos que achar de novo a intensidade interferencial paraxial no plano focal dunha lente, e o resultado viría dado de novo pola ecuación (15), onde agora $Q = \int [i(u, v)/4f^2] du dv$, e a fase interferencial é $\Phi = -2k_o d + (x^2 + y^2) 2d/2f^2$. De novo, xa que agora $\theta \approx r/f$ a fase interferencial é aproximadamente igual a $\Phi \approx -2k_o d(1 - \theta^2/2)$, e polo tanto $\cos \Phi \approx \cos(2k_o d \cos \theta)$, como xa foi derivado de xeito case-ondulatorio.

⁸Exer.-Achar de xeito xeométrico a posición dos puntos luminosos virtuais producidos polo interferómetro.

3.3. Aplicacións en espectroscopía atómica

A espectroscopía atómica consiste na medida das lonxitudes de onda de emisión atómica, ou de separacións cromáticas como as que aparecen en multipletes, e en particular dobretes. O interferómetro de Michelson realiza este tipo de medidas con grande precisión.

Medida dun dobrete atómico: a medida dun dobrete atómico consiste en determinar a separación enerxética entre niveis de enerxía moi pretos, é dicir, $\Delta E = \hbar \Delta \omega$. Para isto úsase o cambio de visibilidade no padrón interferencial.

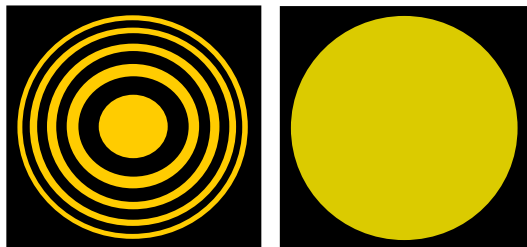


Figura 8: Coincidencias e antioincidencias no Michelson

No caso máis simple podemos considerar un dobrete equienerxético emitindo en frecuencias $\omega_{\pm} = (\omega_c \pm \Delta \omega/2)$, e con intensidade I_o . Dado que son frecuencias distintas, e mesmo emisións independentes, a intensidade interferencial total é a suma de cada intensidade interferencial, dada pola ecuación (24), é dicir,

$$I(\theta) = \frac{I_o}{2} \{ [1 + \cos[(\omega_-/c)2d \cos \theta]] \} + \frac{I_o}{2} \{ [1 + \cos[(\omega_+/c)2d \cos \theta]] \}. \quad (28)$$

Usando a relación trigonométrica $\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$, e tendo en conta que $(\Delta \omega/c)d \cos \theta \approx (\Delta \omega/c)d$, xa que se estamos na aproximación paraxial, é dicir, $(\Delta \omega/c)d(1 - \theta^2/2) \approx (\Delta \omega/c)d$, entón obtemos a seguinte expresión

$$I(\theta) = I_o \{ [1 + \cos[(\Delta \omega/c)d] \cos[(\omega_c/c)2d \cos \theta]] \}. \quad (29)$$

A función de visibilidade vén dada pola relación $\mathcal{V} = |\cos[(\Delta \omega/c)d]|$, polo tanto temos máximos de visibilidade en $(\Delta \omega/c)d = m\pi$, que determinan as chamadas coincidencias, e mínimos en $(\Delta \omega/c)d = (m + 1/2)\pi$, que determinan as chamadas antioincidencias. Na Figura 8 pódense ver ambas situacións.

Por outra banda, podemos preguntarnos cal é a separación que hai entre dúas antioincidencias (ou coincidencias) consecutivas. Para iso seleccionamos unha antioincidencia que lle corresponderá unha separación entre espellos $d_1 = (m + 1/2)\pi c/\Delta \omega$. Se agora separamos máis os espellos até chegar á seguinte antioincidencia corresponderalle outra distancia $d_2 = (m + 3/2)\pi c/\Delta \omega$. Logo, se medimos micromecanicamente o desprazamento $\Delta d = d_2 - d_1$, obtemos

$$\Delta E = \hbar \Delta \omega = \hbar \pi c / \Delta d \approx \hbar 2 \pi c \Delta \lambda / \lambda_c^2, \quad (30)$$

que proporciona a medida da anchura enerxética $\Delta E = \hbar \Delta \omega = 2\pi c / \Delta d$, e da cromática $\Delta \lambda \approx \lambda_c^2 / (2\Delta d)$ do dobrete atómico. Obsérvese ademais que se contamos un número de aneis Δp no centro, debe cumprirse $2\Delta d = \Delta p \lambda_c$, logo podemos medir o valor da lonxitude de onda λ_c , e daquela $\omega_{\pm}$.

3.4. Aplicacións no eido da relatividade

O interferómetro de Michelson tivo un protagonismo decisivo na aparición da teoría especial da relatividade co famoso experimento de Michelson-Morley, e na actualidade está a ser a estratexia preferente na detección de ondas gravitacionais.

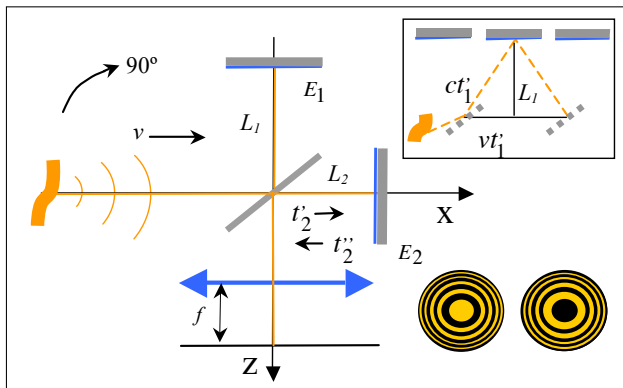


Figura 9: Experimento de Michelson-Morley

Experimento de Michelson-Morley: este experimento (1887) buscaba medir o efecto do chamado «vento do éter», que resultou fallido xa que non se observou alteración algunha da velocidade da luz. Nun primeiro paso o experimento faise coa luz viaxando paralela ao movemento orbital da terra con velocidade v_T . Nótese que localmente é un movemento lineal para un pequeno tempo de rotación da terra. Polo tanto, como se ve na Figura 9, para o espello E_2 temos un tempo total (t_2) de ida (t'_2) e máis de volta (t''_2), dende o divisor, igual a

$$t_2 = t'_2 + t''_2 = L_2/(c - v_T) + L_2/(c + v_T) = 2L_2\beta^2/c, \quad \beta^2 = (1 - v_T^2/c^2)^{-1}. \quad (31)$$

Para o tempo t_1 de ida e volta ao espello E_1 temos que considerar que algún dos raios de luz acadao despois dun tempo t'_1 , e por simetría no mesmo tempo retorna ao divisor que tamén viaxa á velocidade v_T . Daquela, temos unha estrutura triangular da traxectoria que verifica $(c^2 t'_1)^2 = L_1^2 + (v_T^2 t'_1)^2$, do que obtemos $t'_1 = L_1\beta/c$, logo

$$t_1 = 2t'_1 = 2L_1\beta/c. \quad (32)$$

Por simplicidade collemos $L_1 = L_2 = L$, $\beta \approx 1 + v_T^2/2c^2$ e $\beta^2 \approx 1 + v_T^2/c^2$, polo tanto a diferenza de tempos introduce a seguinte fase óptica interferencial,

$$\Phi = k_o c(t_2 - t_1) = k_o(2L)(\beta^2 - \beta) \approx k_o L v_T^2 / c^2. \quad (33)$$

Se xiramos o interferómetro 90° a luz irá perpendicular ao movemento orbital, logo $t_{(1,2)} = t_{(2,1)}$, e polo tanto $\Phi \rightarrow -\Phi$. O cambio de fase total é

$$\Delta\Phi = \Phi - (-\Phi) = 2\Phi = 2k_o L v_T^2 / c^2 = 4\pi L v_T^2 / \lambda_o c^2. \quad (34)$$

Para valores $L = 11$ m, $\lambda_o \approx 0.44 \mu\text{m}$ e $v_T \approx 3 \cdot 10^4$ m/s, obtemos $\Delta\Phi \approx \pi$, logo un camiño óptico $\Delta \approx \lambda_o/2$, polo que deberíamos observar un cambio de media franxa, é dicir, pasar dun máximo a un mínimo, como se indica na Figura 9. Endexamais se observou dito cambio, o que conduciu á hipótese da constancia de c e á relatividade.

Detección de ondas gravitacionais: o sistema de detección de ondas gravitacionais por interferometría láser LIGO (*Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory*) consiste dun interferómetro Michelson tal e como se mostra esquematicamente na Figura 10. As principais novidades son a grande lonxitude dos brazos do interferómetro, e o uso dun láser de Nd operando en 1064 nm e cunha potencia aproximada de 5 W. Tamén se introducen cavidades interferométricas Fabry-Perot co obxecto de conseguir unha lonxitude efectiva máis longa por múltiples reflexións internas de ondas (división múltiple de amplitude) e a súa interferencia.

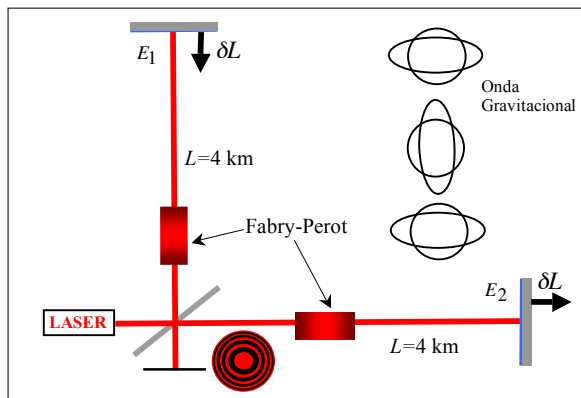


Figura 10: Interferómetro de Michelson para o experimento LIGO

Por outra banda, as ondas gravitacionais na aproximación lineal da teoría xeral da relatividade son capaces de producir desprazamentos de masas proba colocadas nos espellos E_1 e E_2 . Se tivéssemos masas puntuais sobre dun círculo entón o paso dunha onda gravitacional, propagándose perpendicularmente ao plano do círculo, xuntaría e afastaría ditas masas sobre os círculos e elipses de evolución temporal mostrados na Figura 10. Tecnicamente, este efecto está relacionado coa polarización das ondas gravitacionais. O efecto sobre as masas dos espellos durante un período da onda é o indicado na dita Figura, é dicir, un desprazamento δL vertical-inferior de E_1 e horizontal-dereita de E_2 , e á inversa despois de medio período de onda. É moi importante indicar que se o círculo ten un raio L , entón o desprazamento δL vén dado pola expresión $\delta L = hL$, onde h está relacionada coa amplitude da onda gravitacional. Daquela, canto maior sexan os brazos do interferómetro menores serán os valores de amplitude que poderemos medir das ondas gravitacionais, que en xeral son xa moi pequenas. A frecuencia destas ondas está ao redor de 1 Mh. Polo tanto, o cambio é de fase óptica interferencial producida pola onda gravitacional

$$\Delta\Phi = 4k_o\delta L = 4k_o hL. \quad (35)$$

O problema fundamental é o ruído, é dicir, as flutuacións por razóns mecánicas, térmicas, etc. Porén, todas estas flutuacións pódense compensar tecnoloxicamente excepto as de tipo cuántico debidas ao ruído fotónico. Sen entrar polo miúdo na cuestión podemos derivar dun xeito heurístico dito ruído cuántico de orixe fotónica.

En efecto, o principio de Heisenberg di que $\Delta E \Delta t \geq \hbar/2$. A fase temporal da luz é $\phi = \omega t$, logo $\Delta t = \Delta \phi / \omega$. Ademais, a enerxía da luz vén dada polo número n de fotóns, é dicir, $E = n\hbar\omega$, logo $\Delta E = \Delta n \hbar\omega$. Combinando estas ecuacións obtemos, $\Delta \phi \Delta n \geq 1/2$. Logo, no mellor dos casos, o cambio de fase óptica $\Delta \Phi$ supera o ruído da fase $\Delta \phi$, se

$$\delta L = hL > \lambda_o / (16\pi \Delta n). \quad (36)$$

Para luz láser pódese probar que $\Delta n = \sqrt{\bar{n}}$, onde $\bar{n}$ é o número medio de fotóns, é dicir, $\bar{n} \approx P / \hbar\omega$, onde P é a potencia do láser. É importante indicar que as cavidades Fabry–Perot permiten incrementar nun factor 50 a lonxitude dos brazos do interferómetro, é dicir, teríamos unha distancia efectiva $L' = 50L$. Cálculos optimistas con todos estes datos dan valores umbrais $\delta L \approx 10^{-18}$ m, logo $h \approx 10^{-23}$.

3.5. Aplicacións en metroloxía básica

Medida de pequenos espesores: axustamos inicialmente o interferómetro a camiño nulo, é dicir, $d = 0$, obtendo campo case-uniforme, semellante ao mostrado no debuxo da dereita da Figura 8. De seguido inserimos unha lámina delgada problema de espesor e entre o DF e E_1 , aparecendo aneis. Observando por simplicidade en $\theta \approx 0$, desprazamos E_1 unha cantidade Δd cara ao DF, até un valor que compense o camiño óptico da lámina, é dicir, $\Delta' = 2(n - 1)e = 2\Delta d$. A este desprazamento corresponderalle un número Δm de aneis, logo $2\Delta d = \Delta m \lambda_o$, polo tanto, o espesor da lámina pode determinarse coa expresión⁹

$$e = \Delta m \lambda_o / 2(n - 1). \quad (37)$$

Metroloxía óptica de inspección: o interferómetro de Michelson pode adaptarse para inspeccionar a calidade de superficies de xeito semellante a como se fai cos aneis de Newton. Na Figura 11 móstrase, de xeito autoexplicativo, o esquema do interferómetro de inspección de Twyman-Green baseado no de Michelson.

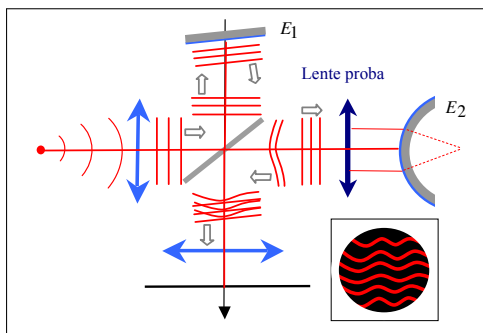


Figura 11: Interferómetro de Twyman-Green

⁹Exer.-Formalizar este resultado usando ondas esféricas paraxiais. Debe supoñerse e moi pequeno.

4. Interferómetro de Mach-Zehnder e aplicacións

4.1. Transformacións ópticas no interferómetro

O interferómetro Mach-Zehnder, mostrado na Figura 12, está considerado, despois do de Michelson, coma un dos sistemas interferométricos máis versátiles para a análise de fenómenos interferenciais clásicos e cuánticos.

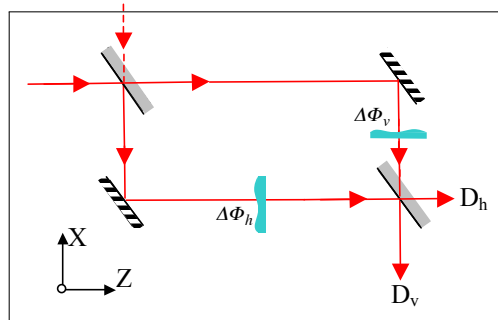


Figura 12: Esquema xeral dun interferómetro Mach-Zehnder

Este interferómetro componse de dous divisores de feixe (DF) e dous espellos. Nos camiños podemos poñer elementos ópticos de fase (e mesmo de amplitude) coma por exemplo, láminas plano-paralelas ou prismáticas, lentes, etc., caracterizados por funcións de transmisión $t_c(x, y) = \mathcal{A}_c(x, y)e^{\Delta\Phi_c(x, y)}$, $c = h, v$ (ver Figura 12). Coma en tódolos interferómetros de división de amplitude temos dúas saídas. Neste caso temos unha horizontal con intensidade I_h , e outra vertical con I_v .

Comezamos considerando luz incidente TM con amplitudes $\mathcal{E}_{ho}$ e $\mathcal{E}_{vo}$, sobre do primeiro DF. Daquela, por mor da conservación da enerxía no dito DF, obtemos, sen perda de xeneralidade, a transformación particular:

$$\mathcal{E}_{h1} = \mathcal{T}^{1/2}\mathcal{E}_{ho} - \mathcal{R}^{1/2}\mathcal{E}_{vo}, \quad (38a)$$

$$\mathcal{E}_{v1} = \mathcal{R}^{1/2}\mathcal{E}_{ho} + \mathcal{T}^{1/2}\mathcal{E}_{vo}, \quad (38b)$$

onde $\mathcal{R} + \mathcal{T} = 1$. O signo negativo en (38a) é equivalente a fase π de Fresnel TM no DF. Para luz TE o salto de fase π estaría no termo $\mathcal{R}^{1/2}\mathcal{E}_{ho}$ de (38b) para $\mathcal{E}_{v1}$.

Por outra banda, os espellos introducen saltos de fase π e implementan, en xeral, transformacións de permutación do vector de onda (dirección) $h \leftrightarrow v$. Ditas transformacións non son relevantes se ben hai que telas en conta, é dicir,

$$\mathcal{E}'_{(v1)} = e^{i\pi}\mathcal{E}_{(h1)}. \quad (39)$$

No tocante ás transformacións de fase producidas polos elementos ópticos teremos, dependendo do camiño considerado,

$$\mathcal{E}_{(h2,v2)} = t_{(h1,v1)}(x, y)\mathcal{E}'_{(h1,v1)} \approx e^{i\Delta\Phi_{(h,v)}(x,y)}\mathcal{E}'_{(h1,v1)}. \quad (40)$$

Finalmente, á saída teríamos de novo un DF e daquela as mesmas transformacións que temos na ecuación (38), pero entre as amplitudes ($\mathcal{E}_{h2}, \mathcal{E}_{v2}$) e as amplitudes ($\mathcal{E}_h, \mathcal{E}_v$) á saída do segundo DF. Obviamente, de ser preciso, sempre debe considerarse a transformación por propagación dun elemento óptico a outro.

4.2. Interferencia con ondas planas

Consideremos un interferómetro Mach-Zehnder iluminado cunha onda plana. A fase $\Delta\Phi$, indicada na Figura 13, representa unha fase adicional. Inicialmente supomos $\Delta\Phi = 0$, e que os DF dividen ao 50%, é dicir, $\mathcal{R}^{1/2} = \mathcal{T}^{1/2} = 1/\sqrt{2}$. Tendo

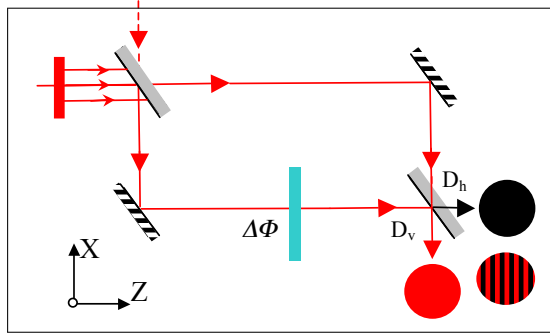


Figura 13: Interferómetro Mach-Zehnder con ondas planas

en conta as ecuacións (38) é directo obter a transformación para campos TM no primeiro DF:

$$\mathcal{E}_{h1} = (1/\sqrt{2})(\mathcal{E}_{ho} - \mathcal{E}_{vo}), \quad \mathcal{E}_{v1} = (1/\sqrt{2})(\mathcal{E}_{ho} + \mathcal{E}_{vo}). \quad (41)$$

Escollendo a condición inicial canónica $\mathcal{E}_{ho} = 1$ e $\mathcal{E}_{vo} = 0$, e substituíndo na ecuación (41), obtemos $\mathcal{E}_{h1} = (1/\sqrt{2})(1 - 0)$ e $\mathcal{E}_{v1} = (1/\sqrt{2})(1 + 0)$. Asemade, os espellos introducen unha fase π e unha inversión dos vectores de onda, logo obtemos

$$\mathcal{E}'_{h1} = e^{i\pi} \mathcal{E}_{v1} = e^{i\pi} (1/\sqrt{2}) \quad (\mathcal{E}_{h2} = e^{i\Delta\Phi} e^{i\pi} \mathcal{E}_{v1} = (1/\sqrt{2}) e^{i\Delta\Phi} e^{i\pi}), \quad (42a)$$

$$\mathcal{E}'_{v1} = e^{i\pi} \mathcal{E}_{h1} = e^{i\pi} (1/\sqrt{2}) \quad (\mathcal{E}_{v2} = e^{i\pi} \mathcal{E}_{h1} = (1/\sqrt{2}) e^{i\pi}). \quad (42b)$$

Nas ecuacións (42) indicáronse, entre parénteses, os resultados para o caso no que se tivera ademais unha lámina de fase adicional $\Delta\Phi$. Polo tanto, a transformación despois do segundo DF dá

$$\mathcal{E}_h = (1/\sqrt{2})(\mathcal{E}'_{h1} - \mathcal{E}'_{v1}) = (1/\sqrt{2})[(e^{i\pi}/\sqrt{2}) - (e^{i\pi}/\sqrt{2})] = 0, \quad (43a)$$

$$\mathcal{E}_v = (1/\sqrt{2})(\mathcal{E}'_{h1} + \mathcal{E}'_{v1}) = (1/\sqrt{2})[(e^{i\pi}/\sqrt{2}) + (e^{i\pi}/\sqrt{2})] = -1, \quad (43b)$$

e daquela, temos as intensidades $I_v = 1$ no detector vertical e $I_h = 0$ no horizontal, como se mostra na Figura 13. Se agora considerásemos a fase adicional $\Delta\Phi$, obteríamos, á saída do segundo DF, os campos

$$\mathcal{E}_h = (1/\sqrt{2})(\mathcal{E}_{h2} - \mathcal{E}_{v2}) = (1/2)e^{i\pi}[e^{i\Delta\Phi} - 1], \quad (44a)$$

$$\mathcal{E}_v = (1/\sqrt{2})(\mathcal{E}_{h2} + \mathcal{E}_{v2}) = (1/2)e^{i\pi}[e^{i\Delta\Phi} + 1], \quad (44b)$$

logo, $I_h = (1 - \cos \Delta\Phi)/2$ e $I_v = (1 + \cos \Delta\Phi)/2$. Nótese que $I_h + I_v = 1$, é dicir, temos conservación da enerxía. Se $\Delta\Phi = 2m\pi$ obtemos o resultado dado polas ecuacións (43). Se $\Delta\Phi = (2m + 1)\pi$ obtemos $\mathcal{E}_h = -1$ e $\mathcal{E}_v = 0$, é dicir, o complementario. Se $\Delta\Phi = (m + 1/2)\pi$ obtemos $I_h = I_v = 1/2$, chamada interferencia en cadratura. Debemos subliñar que se obterían os mesmos resultados se usásemos ondas TE. Asemade, abondaría un pequeno xiro dun espello para ter franxas lineais como se mostra na Figura 13.

4.3. Interferencia con ondas non planas

Sexa un Mach-Zehnder iluminado cunha onda plana TM de amplitude $\mathcal{E}_{ho} = 1$. Nun dos seus brazos hai unha lente delgada diverxente de índice n , espesor central d_o e focal $-f$, $f > 0$. Supoñemos, sen perda de xeneralidade, que é plano-cóncava

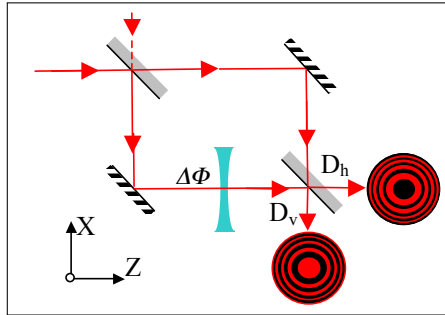


Figura 14: Interferómetro Mach-Zehnder con lente

e situada a unha distancia d do segundo DF, medida dende a primeira cara da lente, como se mostra na Figura 14. Até dita distancia temos a mesma fase plana nos dous brazos, entón, xusto no segundo DF, e usando a $\Delta\Phi$ dunha lente, temos as ondas

$$\mathcal{E}_{h2} \approx e^{i\pi} (1/\sqrt{2}) e^{ik_o n d_o} \frac{-f}{-f - (d - d_o)} e^{ik_o \frac{(x^2 + y^2)}{2(d - d_o + f)}} e^{ik_o(d - d_o)}, \quad (45)$$

$$\mathcal{E}_{v2} = e^{i\pi} (1/\sqrt{2}) e^{ik_o d}, \quad (46)$$

onde $d - d_o$ é a distancia de propagación da segunda onda dende a cara de saída da lente. Ademais, se na onda esférica facemos a aproximación $d + f \gg d_o$, e temos en conta as ecuacións xerais para o segundo DF transmitindo ao 50%, entón obtemos os campos

$$\mathcal{E}_{(h)} \approx \frac{e^{i\pi}}{2} e^{ik_o d} \left[\frac{f}{(f + d)} e^{ik_o \frac{(x^2 + y^2)}{2(d + f)}} e^{ik_o(n-1)d_o} \mp 1 \right]. \quad (47)$$

Nótese que no límite $f \rightarrow \infty$, $d_o \rightarrow 0$ obtemos os resultados anteriores para ondas planas. Agora debemos considerar a propagación, logo por continuidade e con respecto dun sistema de referencia coa orixe no segundo DF, obtemos os campos

$$\mathcal{E}_{(h)}(z) = \frac{e^{i\pi}}{2} e^{ik_o d} \left[\frac{-f}{(-f - d - z)} e^{ik_o \frac{(x^2 + y^2)}{2(z + d + f)}} e^{ik_o(n-1)d_o} e^{ik_o z} \mp e^{ik_o z} \right]. \quad (48)$$

Achando agora a intensidade interferencial para a saída horizontal (a vertical é obviamente complementaria), obtemos:

$$I_h = \mathcal{E}_h(z) \mathcal{E}_h^*(z) = \frac{1}{4} [1 + F^2 - 2F \cos \Phi], \quad (49)$$

onde $F = f/(f + d + z)$ e $\Phi = k_o(n - 1)d_o + (k_o F/2f)(x^2 + y^2)$. Daquela, temos franxas de interferencia circulares en planos z de observación, con visibilidade menor cá unidade. Consonte z aumenta os raios das franxas medran, igual que se fixamos z e aumentamos f . Se consideramos o límite $f \rightarrow \infty$ con d_o finito, temos a interferencia de ondas planas producida por unha lámina plano-paralela nun Mach-Zehnder, é dicir: $I_h = (1/2)[1 - \cos k_o(n - 1)d_o]$; e se $n = 1$ ou $d_o = 0$, entón $I_h = 0$.

4.4. Interferencia cuántica monofotón

Para o análise cuántico do interferómetro Mach-Zehnder temos que establecer unha representación para os estados cuánticos de luz, en particular, para estados de un fotón. Comezamos co estado cuántico para un fotón excitado na dirección (modo óptico) horizontal, $|1_{ho}\rangle \equiv |1_{ho}0\rangle$, ou vertical, $|1_{vo}\rangle \equiv |01_{vo}\rangle$.

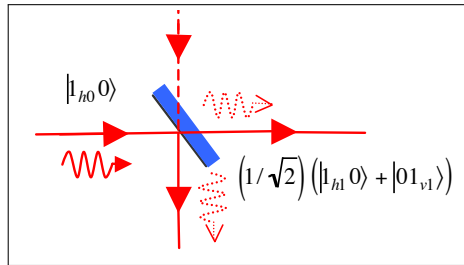


Figura 15: Superposición cuántica implementada cun DF

Agora temos que saber como actúa o DF sobre destes estados. A súa xustificación vai máis aló dos obxectivos deste curso, porén, podemos afirmar que dita transformación é a mesma que a que experimentan os campos clásicos, onde agora o campo $\mathcal{E}_{ho}$ é substituído polo estado $|1_{ho}\rangle$, e o campo $\mathcal{E}_{vo}$ polo estado $|1_{vo}\rangle$. Logo, estes estados nun DF transfórmanse, usando as ecuacións (38), como

$$|1_{h1}0\rangle = \mathcal{T}^{1/2}|1_{ho}0\rangle - \mathcal{R}^{1/2}|01_{vo}\rangle, \quad |01_{v1}\rangle = \mathcal{R}^{1/2}|1_{ho}0\rangle + \mathcal{T}^{1/2}|01_{vo}\rangle. \quad (50)$$

Polo tanto, invertindo as ecuacións anteriores saberemos como é o estado cuántico despois do DF, é dicir,

$$|1_{ho}0\rangle = \mathcal{T}^{1/2}|1_{h1}0\rangle + \mathcal{R}^{1/2}|01_{v1}\rangle, \quad |01_{vo}\rangle = -\mathcal{R}^{1/2}|1_{h1}0\rangle + \mathcal{T}^{1/2}|01_{v1}\rangle. \quad (51)$$

Estas ecuacións son válidas para calquera DF sobre o que incide un estado monofotón. Nótese que os fotóns están nun estado superposición que proporciona unha probabilidade $\mathcal{T}$ de que o fotón sexa detectado na dirección horizontal, e unha probabilidade $\mathcal{R}$ na vertical. Para $\mathcal{T} = \mathcal{R} = 1/2$ e estado incidente $|1_{ho}\rangle$, á saída obtemos o estado $|L_1\rangle = (1/\sqrt{2})(|1_{h1}0\rangle + |01_{v1}\rangle)$, como se mostra na Figura 15. Isto significa que temos un 50% de probabilidade de detectar o fotón no camiño horizontal e a mesma probabilidade no vertical, o que é compatible coa idea corpuscular da luz. De seguido, consideramos a acción dos espellos, que permutan as direccións nas que se poden excitar os fotóns e introducen unha fase π , é dicir, obtemos

$$|L'_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(-|01_{v1}\rangle - |1_{h1}0\rangle). \quad (52)$$

Se agora aplicamos a este estado as ecuacións (51) pero para o segundo DF, é dicir, entre estados $|1_{h1}0\rangle$ e $|01_{v1}\rangle$ e os estados de saída $|1_{ho}\rangle$ e $|01_v\rangle$, obtemos o estado

$$|L_2\rangle = -|01_v\rangle = e^{i\pi}|01_v\rangle. \quad (53)$$

Logo o fotón só sae pola dirección vertical debido á súa natureza ondulatoria cuántica, e en contra da idea corpuscular clásica de volver a ter un 50% de probabilidade en cada dirección. Obsérvase que o resultado é compatible coas ondas clásicas.

4.5. Outros interferómetros de amplitude

Interferómetro rotatorio de Sagnac coma xiroscopio: ten coma obxecto a medida de velocidades rotacionais dun sistema. O interferómetro orixinal de Sagnac, tal e como se mostra na Figura 16, estaba configurado nun cadrado de $1\text{m} \times 1\text{m}$ e xiraba cunha velocidade angular $\Omega = 120 \text{ rev/min}$. Usando un cálculo non relativista, temos que o tempo $t_{AB} = \sqrt{2}R/(c - \sqrt{2}v/2) = 2R/(\sqrt{2}c - \Omega R)$, logo o tempo

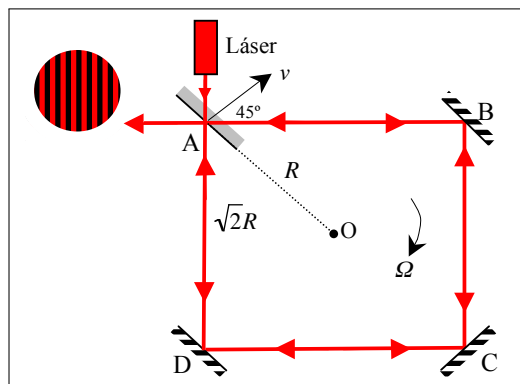


Figura 16: Interferómetro de Sagnac cadrado

total a dereitas é $t_{\odot} = 4t_{AB}$. O tempo $t_{AD} = \sqrt{2}R/(c + \sqrt{2}v/2) = 2R/(\sqrt{2}c + \Omega R)$, logo o tempo total a esquerdas é $t_{\odot} = 4t_{AD}$. Se supomos que $c \gg \Omega R$, entón podemos quedar á orde máis baixa coincidindo así cos resultados relativistas, é dicir, $\Delta t = t_{\odot} - t_{\ominus} \approx 8R^2\Omega/c^2 = 4S\Omega/c^2$, con S a área do cadrado. Este resultado é xeral, e para un láser de frecuencia ω proporciona un cambio de fase óptica $\Delta\Phi = k_0 c \Delta t = \omega \Delta t = \omega 4S\Omega/c$, e daquela un desprazamento de franxas observábel.

Interferómetro de Jamin para interferometría diferencial: dado un obxecto de fase, xérase, por división de amplitude, un campo $\Psi_1(x, y) \approx A(x, y)e^{i\varphi(x, y)}$ e outro desprazado e con fase π , é dicir, $\Psi_2(x, y) = -\Psi_1(x + \Delta x, y)$, tal e como se mostra na Figura 17. Daquela, se facemos o desenvolvemento de Taylor para valores

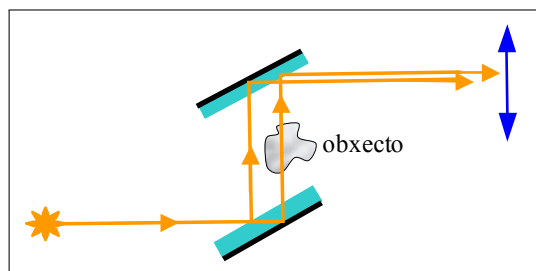


Figura 17: Interferómetro de Jamin

$\Delta x \ll 1$, supomos que a amplitude A é case constante e que a fase case non cambia por propagación, entón, a intensidade interferencial dá $I = A^2 |\partial\varphi(x, y)/\partial x|^2 \Delta x^2$, é dicir, a interferencia neste caso proporciona a derivada da fase do obxecto.

ACTIVIDADES PROPOSTAS

A relación de actividades propostas teñen coma finalidade o facilitar a consecución dos obxectivos da unidade.

- Ao inicio da unidade o alumno debe facer un repaso de conceptos e formalismos da materia Óptica I relacionados coa polarización da luz, os coeficientes de Fresnel e as relacións de Stokes en discontinuidades ópticas. Ademais, é moi convinte ter ben estudada a primeira unidade didáctica.
- O alumno debe comprobar e refacer os exemplos e exercicios realizados na aula, ou cuxa resolución foi bosquexada na clase. Todo isto co obxecto de reforzar e consolidar conceptos e destrezas físico-matemáticas.
- O alumno debe resolver, personalmente ou en grupo, os exercicios recollidos nun boletín e cuxas solucións son tamén esbozadas.
- Resolver un exercicio proposto polo profesor relacionado cos contidos desta unidade didáctica para a avaliación por actividades. O alumno debe presentalo coa estrutura e as características de redacción científica indicadas no anexo da Guía Docente da materia.
- Elaborar un breve traballo de 5-7 páxinas sobre fenomenoloxía da interferencia óptica por división simple de amplitude e presentalo en formato de artigo científico. O alumno debe acceder pola rede a algunha revista científica, como por exemplo *Optics Express*, co obxecto de coñecer dito formato.

AVALIACIÓN DA UNIDADE DIDÁCTICA

Os criterios xerais da avaliación da materia fixan nun 30% o peso da avaliación por actividades na cualificación final da materia, e nun 70% o peso da avaliación mediante exame presencial por escrito. Os criterios específicos de avaliación relacionados con esta unidade didáctica preséntanse de seguido.

- Avaliación por actividades: se o alumno non consegue no exercicio proposto para esta unidade didáctica un 50% da cualificación establecida, poderá refacer o exercicio, no prazo que se determine, para mellorar a dita cualificación. Neste caso, a cualificación definitiva nunca será maior que o 70% da nota coa que estea valorado o exercicio.
- Exame parcial: proba escrita correspondente á parte formada polas tres primeiras unidades didácticas. Consistirá na resolución de preguntas con cuestións teóricas e problemas relativos a cada unha das ditas unidades. A duración do exame será de aproximadamente 3 horas e non se poderá usar ningún tipo de libro ou apuntamentos. Se o alumno supera este exame parcial queda liberado desta parte no exame final oficial, aínda que pode examinarse de novo dela, no devandito exame, se desexa subir nota.
- Exame final oficial: consiste tamén en resolver un número de preguntas con cuestións teóricas e problemas das unidades didácticas vistas durante o curso. A duración do exame será de aproximadamente 4-5 horas e non se poderá usar ningún tipo de libro ou apuntamentos.

BIBLIOGRAFÍA

HECHT, E. (2000): *Optica*, Trad. R. DAL COL, R. WEIGAND e J.M. GUERRA, Madrid: Addison-Wesley Interamericana.

— (1976): *Teoría y Problemas de Optica*, Trad. E. CARRIAZO, México: McGraw-Hill.

LIPSON, S.G.; H. LIPSON e D. TANNHAUSER (1995): *Optical Physics*, Cambridge: Cambridge University Press.

MATVEEV, A.N. (1988): *Optics*, Trad. R. WADHWA, Moscow: MIR Publishers.

SIVUJIN, D.V. (1984): *Problemas de Física General: Optica*, Barcelona: Reverté.

LIÑARES, J. e M.C. NISTAL (2011): «A wave-optics approach to paraxial geometrical laws based on continuity at boundaries», *European Journal of Physics*, vol.32, 1331-1345.

LIÑARES, J. e M.C. NISTAL (2014): «Interference by amplitude division with extended sources by paraxial boundary conditions», *European Journal of Physics*, vol.35, 045019 (18 pp).



Unha colección orientada a editar materiais docentes de calidade e pensada para apoiar o traballo do profesorado e do alumnado de todas as materias e titulacións da universidade

unidadesdidácticas
UNIVERSIDADE DE SANTIAGO DE COMPOSTELA