

MATERIA
Expresión Gráfica na Enxeñaría

TITULACIÓN
Grao en Enxeñaría Civil

unidade
didáctica
22

Superficies regradas

Patricia Tato Sánchez del Valle
Eduardo Zurita de la Vega

Expresión Gráfica na Enxeñaría (305)
Departamento de Enxeñaría Agroforestal
Escola Politécnica Superior de Lugo

unidadesdidácticas
UNIVERSIDADE DE SANTIAGO DE COMPOSTELA

DESCATALOGADO

© Universidade de Santiago de Compostela, 2014



Esta obra atópase baixo unha licenza Creative Commons BY-NC-ND 2.5
Calquera forma de reprodución, distribución, comunicación pública ou transformación desta obra non incluída na
licenza Creative Commons BY-NC-ND 2.5 só pode ser realizada coa autorización expresa dos titulares, salvo
excepción prevista pola lei. Pode acceder Vde. ao texto completo da licenza nesta ligazón:
<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/2.5/deed.gl>

Deseño e maquetación

J. M. Gairí

Edita

Vicerreitoría de Estudantes,
Cultura e Formación Continua
da Universidade de Santiago de Compostela
Servizo de Publicacións
da Universidade de Santiago de Compostela

ISBN

978-84-16183-56-2

MATERIA: Expresión Gráfica na Enxeñaría

TITULACIÓN: Grao en Enxeñaría Civil

PROGRAMA XERAL DO CURSO

Localización da presente unidade didáctica

MODULO I.- SISTEMA DE PLANOS ACOUTADOS

Unidade 1. O punto e a recta

Fundamentos

Representación do punto

Representación da recta. Pendente, módulo e traza

Graduación dunha recta. Casos

Pertencia punto-recta. Obtención da cota dun punto

Posicións particulares da recta

Posicións relativas de dúas rectas

Unidade 2. O plano

Determinación e representación do plano

Rectas notables: traza, horizontais e rectas de máxima pendente

Pendente e módulo dun plano

Posicións particulares

Pertencia recta-plano

Determinación da pendente dunha recta do plano

Trazado de rectas de pendente dada pertencentes a un plano

Determinación dun plano de pendente dada que contenga a unha recta

Unidade 3. Interseccións

Intersección de planos.

Casos particulares

Intersección de recta e plano

Casos particulares

Penetración dunha recta nun polígono

Intersección de polígonos

Unidade 4. Paralelismo e perpendicularidade

Paralelismo entre rectas

Paralelismo entre recta e plano

Paralelismo entre planos

Perpendicularidade entre recta e plano

Perpendicularidade entre rectas

Perpendicularidade entre planos

Unidade 5. Distancias

- Distancia entre dous puntos
- Distancia entre punto e plano
- Distancia entre punto e recta
- Distancia entre rectas paralelas
- Distancia entre planos paralelos

Unidade 6. Abatements

- Abatemento dun punto pertencente a un plano
- Abatemento dunha recta pertencente a un plano
- Abatemento dunha figura plana

Unidade 7. Cubertas e soleiras

- Cubertas. Nomenclatura.
- Resolución de cubertas con perímetro poligonal a igual cota
- Cubertas con perímetro poligonal a distintas cotas
- Cubertas con beirados inclinados
- Cálculo da superficie das vertentes
- Determinacións complementarias
- Soleiras

Unidade 8. Representación de terreos

- Superficie Topográfica. Curva de nivel. Equidistancia
- Singularidades do terreo: divisoria, valgadas
- Liña de máxima pendente
- Determinación da cota dun punto do terreo
- Interpolación de curvas de nivel
- Superficies de noiro ou de igual pendiente

Unidade 9. Interseccións. Explanacións

- Intersección dun plano cunha superficie topográfica
- Perfís
- Explanacións. Xeneralidades
- Condicionantes
- Determinación da configuración final tras unha explanación: liña de paso, planta de noiros, acordos
- Caso particular de plataforma inclinada
- Caso particular de bordes curvos, horizontais e inclinados

Unidade 10. Vías de transporte

Itinerario de pendente constante
Condicionantes do trazado dunha vía de comunicación
Traza lonxitudinal do eixe da vía
Trazado do perfil lonxitudinal. Rasante
Plano de planta
Trazado dos perfís transversais
Cubicación do volume de terras movido

MODULO II.- XEOMETRÍA PROXECTIVA

Unidade 11. Fundamentos de Homoloxía e Afinidade. Aplicacións

Radiación de rectas. Formas homolóxicas
Eixe e Centro da homoloxía
Recta límite
Proxección dunha homoloxía no espazo sobre un plano. Homoloxía plana
Determinación dunha homoloxía
Aplicacións da homoloxía.
Feixe de rectas formas afíns
Eixe de Afinidade
Determinación da afinidade
Proxección dunha afinidade, afinidade plana
Aplicacións da afinidade

MODULO III.- SISTEMA DIÉDRICO

Unidade 12. O punto e a recta

Representación do punto
Representación da recta
Posicións particulares. Posicións favorables
Pertenza punto-recta

Unidade 13. O plano. Representación de sólidos

Representación do plano
Pertenza recta-plano e punto-plano. Determinación do plano
Rectas notables dun plano
Representación e lectura de sólidos. Vistas

Unidade 14. Cambio de plano

Cambio de plano Horizontal de proxección. Invariantes
Cambio de plano Vertical de proxección. Invariantes
Aplicacións de cambio de plano para o problema da distancia
Cambios sucesivos de planos que permitennos determinar a verdadeira magnitude dunha superficie

Unidade 15. O plano. Interseccións

- Intersección de dúas rectas. Posición relativa
- Intersección de dous planos
- Intersección entre recta e plano
- Visibilidade da recta e o plano nas interseccións
- Sección plana dun sólido. Caso particular de pirámides, conos, prismas e cilindros
- Intersección entre unha recta e un sólido. Caso particular de pirámides, conos, prismas e cilindros

Unidade 16. Paralelismo e perpendicularidade

- Paralelismo entre rectas
- Paralelismo entre rectas e plano
- Paralelismo entre planos
- Teoremas da perpendicularidade
- Perpendicularidade entre rectas
- Perpendicularidade entre recta e plano
- Perpendicularidade entre planos

Unidade 17. Distancias

- Distancia entre dous puntos
- Distancia dun punto a un plano
- Distancia dun punto a unha recta
- Distancia entre rectas paralelas
- Distancia entre planos paralelos
- Distancia dunha recta a un plano paralelo

Unidade 18. Métodos auxiliares: abatements

- Concepto
- Obtención das posicións dun punto, dunha recta e dunha figura plana contidas no plano que se abate
- Definición de afinidade plana e aplicación á resolución de problemas de abatements
- Restitución dunha forma plana abatida

Unidade 19. Poliedros

- Poliedros regulares convexos
- Tetraedro. Exaedro ou cubo. Octaedro. Seccións principais.
- Dodecaedro. Icosaedro.
- Poliedros arquimedianos
- Pirámide.
- Desenvolvemento da pirámide
- Prisma
- Desenvolvemento do prisma

Unidade 20. Superficies cónicas

Superficie cónica. Puntos do cono
Planos tanxentes a un cono
Seccións planas dun cono
Teoremas de Dandélin
Desenvolvemento do cono
Liñas xeodésicas
Cilindro. Puntos do Cilindro
Planos tanxentes a un cilindro

Unidade 21. Superficies de segundo grao ou cuádricas

Elipsoide
Hiperboloide dunha folla
Hiperboloide de dúas follas
Paraboloide elíptico
Paraboloide hiperbólico

Unidade 22. Superficies regradas

Definición e clases
Superficies regradas alabeadas
Hiperboloide
Paraboloide
Conoide
Cono alabeado
Cilindroide
Paso Oblicuo ou Corno de Vaca
Capialzados
Tetraedroide
Helicoide alabeado

MODULO IV.- NORMALIZACIÓN E XEOMETRÍA MÉTRICA

Unidade 23. Introducción

O debuxo técnico, concepto e finalidade.
Materiais de debuxo: soportes, trazadores, guías, escalímetro, gomas.
Outros medios de realización: o debuxo asistido por computador.

Unidade 24. Construcións xeométricas elementais

División de segmentos. Mediatriz, bisectriz e operacións con ángulos.
O triángulo. Puntos notables. Arco capaz. Métodos de construción.
A circunferencia. Rectificación. Rectificación de arcos.
Construción de polígonos regulares.
Trazado de curvas cónicas.
Tanxencias. Resolución dos principais casos. Outros medios de realización: o debuxo asistido por computador.

Unidade 25. Escalas

Definición e emprego.
Tipos de escalas. Escalas normalizadas.
Escalas gráficas. Construción e utilización.
Elección da escala.
Uso do escalímetro.

Unidade 26. Normalización do Debuxo Técnico

Concepto de normalización: orixe e finalidade. Normas UNE e ISO. Outras normas.
A normalización no debuxo Técnico.
Normas sobre a presentación dos debuxos técnicos:
Formatos e presentación de elementos gráficos. UNE 1026-2-83
Encartado de planos. UNE 1027-95
Escritura. Caracteres correntes. UNE 1034-1-75
Cadro de rotulación. UNE 1035.95

Unidade 27. Normalización da Representación

Norma UNE 1-032-82: Principios xerais de representación.
Denominación e disposición das vistas: a) Método do primeiro diedro. b) Método do terceiro diedro.
Criterios de elección das vistas.
Vistas particulares, parciais e locais.
Cortes e seccións.
Outros convenios.

Unidade 28. Acotamento

Concepto e definicións.. Norma UNE 1-039-94.
Elementos de acotamento.
Inscripción das cifras de cota: métodos, particularidades.
Disposición das cotas: a) acotamento en serie. b) acotamento a partir dun elemento común. c) acotamento por coordenadas. d) acotamento combinada.
Acotamentos singulares: de círculos, radios, arcos, cadrados, esferas, pezas simétricas, achafranados e elementos equidistantes.

ÍNDICE

PRESENTACIÓN

OBXECTIVOS

OS PRINCIPIOS METODOLÓXICOS

Metodoloxía da dinámica expositiva

Metodoloxía da dinámica interactiva nos seminarios

Metodoloxía do proceso de avaliación

CONTIDOS

- 1 Superficies regradas. Definición e clases.
2. Superficies regradas alabeadas (Non desenvolvibles)
 - 2.1. Hiperboloide regrado o hiperbólico
 - 2.2. Parabeloide hiperbólico
 - 2.3. Conoide
 - 2.4. Cono alabeado
 - 2.5. Cilindroide
 - 2.6. Paso oblicuo ou Corno de Vaca
 - 2.7. Capialzado de Marsella
 - 2.8. Capialzado cónico
 - 2.9. Capialzado de arco de círculo o de San Antonio
 - 2.10. Tetraedroide
 - 2.11. Helicoide alabeado

BIBLIOGRAFÍA

PRESENTACIÓN

Esta unidade didáctica insírese dentro da materia Expresión Gráfica na Enxeñaría, de primeiro curso do Grao en Enxeñaría Civil, dentro do módulo de Sistema Diédrico.

As novas técnicas construtivas baseadas no emprego de membranas de formigón permiten o uso de novas superficies dunha forma máis creativa que as vinculadas ao emprego da pedra. O técnico, para o seu dimensionamento, non só debe coñecer o seu concepto volumétrico, senón como se xeran, e como son as seccións destas por planos. As superficies regradas son probablemente as máis utilizadas polas características construtivas das mesmas.

Unha vez que se dean os fundamentos da representación diédrica de xeometrías simples (plano, recta,...) e se abordaran as formas poliédricas máis complexas, abórdanse os contidos desta UD, máis complexos, nos que a representación diédrica non é suficiente para a percepción volumétrica do deseño, existindo un desenvolvemento especial da visualización espacial, só comprensible nun momento do desenvolvemento programático no que o alumno xa avanzou na abstracción da forma a través das súas proxeccións.

A duración desta UD é de 3 horas expositivas e 6 horas interactivas.

OBXECTIVOS

Comprender as formas volumétricas das superficies regradas e a súa xeración a través de directrices e xeratrices.

Representar no Sistema Diédrico estas superficies, e o seu proceso inverso desde a súa representación chegar á imaxe mental das mesmas.

Resolver interseccións entre superficies, inicialmente con planos e finalmente entre as mesmas superficies, creando volumes máis complexos.

OS PRINCIPIOS METODOLÓXICOS

Metodoloxía da dinámica expositiva

A adquisición do coñecemento en Xeometría Proxectiva parte dunha observación que permite comprender as propiedades e relacións entre distintas formas xeométricas no espazo, relacionadas co seu sistema de xeración ou posición relativa no espazo.

Esta observación é difícil, pois é complexo dispor de modelos xeométricos reais que axuden a isto. Noutras épocas esixía por parte do investigador ou o estudante unhas capacidades especiais que suplisen a carencia de medios materiais cunha imaxinación espacial, difícil de adquirir e reservada a persoas especialmente dotadas para iso. A habilidade do docente para ser capaz de improvisar sobre a lousa ou papel perspectivas que ilustrasen os obxectivos de comprensión, o uso da cor e o seu efecto ou o propio grosor do trazo, algo propio de técnicas pictóricas, axudaba

a que desde un debuxo plano se chegasen a imaxinar volumes, e a interacción con planos ou elementos xeométricos mais sinxelos.

Sería preciso algunha vez realizar unha merecida homenaxe a eses docentes dotados da percepción espacial e a capacidade para comunicar a través dos seus rápidos esbozos no encerado, que favoreceu o avance da xeometría.

Hoxe en día dispomos doutras ferramentas e o recurso de mundos virtuais en 3D, tan habitual e cotián nos videoxogos, tamén nos dotan de ferramentas, de forma que modelos en 3D transparentes, nos permiten viralos, observalos e sobre a base da devandita observación concluír as relacións entre os distintos elementos que constitúen unha xeometría.

Utilizaremos, por tanto, unha metodoloxía demostrativa, apoiándonos en capturas de imaxes tridimensionales transparentes, ensinando aos alumnos o uso de modelos en 3D virtuais e as ferramentas que nos permiten manexalos cambiando posicións do observador sobre os mesmos ou ben, ao desenvolvemento de vídeos que nos mostren un xiro do modelo explicativo, e as propiedades que queremos mostrar.

O pasar dunha visualización dinámica a unha estática, permitíranos intuír o proceso de proxección plana, xa que esta é equivalente a unha visualización estática na que o conxunto das visuais serán paralelas e normais ao plano de proxección, é dicir algo que sen o concurso destas ferramentas é difícil de imaxinar, dispor dun observador no infinito (visuais paralelas respecto de calquera obxectivo) e cunha capacidade de zoom de achegamento ilimitado para a observación.

Os problemas resolveranse en etapas fraccionadas da execución, nas clases proxéctanse os debuxos realizados con ferramentas de CAD e a cada etapa de execución, relacionada cun método, asignarase a unha capa ou nivel do debuxo de CAD de forma que se é preciso repetir algunha explicación, podemos activar ou desactivar para a súa visualización.

Todas as proxeccións diédricas empregadas levarán asociadas un modelo en 3D, de forma que ao abrir ambos os arquivos poderase conmutar a visualización en 3D coa forma proxectada diédrica, así o alumno grazas a esta dinámica irá asociando coa práctica a imaxe mental 3D á imaxe proxectada, aumentando desta forma a súa imaxinación espacial tan precisa para o proceso de deseño en enxeñaría.

Metodoloxía da dinámica interactiva nos seminarios

Os seminarios dedícanse á resolución de exercicios relacionados coas sesións expositivas previas. Estes exercicios realízanse en dúas fases: unha previa na que se esixirá ao alumno unha lectura dos enunciados, e un breve espazo de tempo para que fagan propostas da forma de abordar a solución. Os problemas xeométricos relacionados cunha distribución espacial de elementos teñen a dificultade engadida de que o alumno debe de imaxinar as referencias espaciais do enunciado e como é frecuente que teña dificultades para iso, disporanse de modelos en 3D que reflectan o enunciado.

Tras as propostas do alumnado, realizarase por parte do profesor unha análise das mesmas, inducindo ao camiño máis adecuado para a resolución, destacando que toda solución xeométrica leva en paralelo unha execución e que esta inevitablemente, polos limitantes da mesma, leva aparellados erros relacionados coa resolución do ollo humano ou as ferramentas de trazado e escala de execución.

Se o alumnado non fixese ningunha proposta, mediante preguntas adecuadas inducirase á proposta de resolución.

Sobre a base destes limitantes, a metodoloxía máis correcta sempre será aquela, que baseada nuns fundamentos correctos de xeometría, simplifique o trazado e en consecuencia redúzanse erros, aumentando a precisión da execución.

Tras esta dinámica previa procederase á resolución por etapas do exercicio e ao final do mesmo proxectarase o modelo 3D, relacionado coa solución.

Así, nesta unidade propóranse exercicios nos que o alumnado teña que representar un punto en cada tipo de superficie estudada, tendo que ter moi claro para isto como se xera a superficie e as seccións que se producen nas mesmas ao cortalas por planos proxectantes. Tamén terá que resolver interseccións entre dous tipos de superficies.

En cada clase interactiva propórase un traballo relacionado co exposto, que o alumno poderá resolver persoalmente ou en grupo e que deberá presentar á semana seguinte.

Preténdese con estes exercicios, que en ningún caso se resolverán posteriormente, que o alumno manteña un ritmo de estudo continuo, e estimularase á realización dos mesmos, porque este conxunto de traballos se vai cualificar sobre 1 punto, cuxo media final da cualificación sumarase directamente á nota final do parcial correspondente. Ademais ten a vantaxe engadida de que un destes exercicios da colección de traballos formará parte do exame do parcial.

Preténdese por tanto desta forma, reducir o erro na cualificación relacionado coa redución de rendemento pola tensión do exame, xa que parte do exame está constituído por exercicios que puido realizar previamente, e porque o resultado do traballo persoal ao longo do curso a través da media dos traballos pode incidir como factor corrector na nota.

Metodoloxía do proceso de avaliación

A materia esta composta de dous módulos de formación relacionados co Sistema de Representación Gráfica en Enxeñaría:

- Sistema Acoutado.
- Sistema Diédrico.

Ambos os sistemas débense de coñecer e en consecuencia só se promedia a avaliación dos coñecementos de cada módulo se se alcanza unha nota mínima de 4 puntos de media en calquera modulo.

Pola dificultade e desenvolvemento temporal, a nota media sera ponderada de forma que a nota de Sistema Diédrico suporá un 55% da cualificación e a relativa a Sistema Acoutado un 45%.

Haberá un parcial previo de Sistema Acoutado ao terminar os exames do primeiro cuadrimestre.

Tras comprobar que o alumno satisfizo polo menos o 80% da asistencia ás clase expositivas e interactivas, e realizadas as medias dos traballos propostos, esta última sumarase directamente á nota media de exame e traballo de curso.

Non existirá un exame parcial de Diédrico fóra das datas de convocatoria oficiais da materia. O exame de sistema Diédrico estara constituído por tres exercicios que se deseñasen para realizar durante 3 hora (1h/exercicio), nestes exercicios o alumno deberá demostrar que posúe os seguintes coñecementos:

- resolver problemas de maclas de poliedros e cos recursos de diédrico determinar seccións e verdadeiras magnitudes de elementos do deseño.
- Aplicar os coñecementos de homoloxía e afinidade para resolución de problema complexos de deseño
- A representación e intersección de superficies alabeadas, que é o tema que se trata nesta Unidade. Por tanto, a cualificación que o alumno obteña neste exercicio, suporá un 33% da calificación do Bloque de Sistema Diédrico, é dicir, algo máis do 18% da calificación global da materia.

CONTIDOS

1. Superficies regradas. Definición e clases.

Defínese como superficie regrada aquela que se orixina polo desprazamento dunha recta, denominada xeratriz, sobre unha ou varias curvas chamadas directrices.

Existen dous tipos de superficies regradas:

- **desenvolvente: nestas superficies cúmprese unha condición. O plano tanxente á superficie éo ao longo de toda a xeratriz. Dito doutro xeito, son superficies que se poden estender sobre un plano sen que se produza nelas ningunha deformación. Á súa vez, as superficies desenvolventes poden ser de tres tipos:**
- Regradas cónicas: Xéranse a partir dun punto ou vértice e unha xeratriz. A pirámide e o cono serían exemplos deste tipo de superficies.
- Regradas cilíndricas: formadas por dúas xeratrices paralelas (o vértice estaría nun punto impropio). Os prismas e os cilindros serían exemplos deste tipo de superficies.

As superficies desenvolventes cónicas e cilíndricas empréganse moito en construción, en especial para cubertas, bóvedas ou teitos de galerías e túneles. Como unicamente están formadas por arcos só sofren esforzos de compresión, o que as fai moi resistentes e pódense cubrir con elas grandes luces. Xa se viron nunha Unidade Didáctica anterior.

- Helicoide desenvolvente: é a superficie xerada polas tanxentes a unha hélice cilíndrica e a envolvente do círculo da súa base.
- **Alabeadas ou non desenvolventes:** nestas superficies, dúas xeratrices infinitamente próximas non forman un plano, crúzanse. Entón, o plano tanxente a

estas superficies éo nun só punto, o determinado pola xeratriz e directriz que pasan por el. Por unha xeratriz pódense trazar infinitos planos tanxentes á superficie, tantos como puntos forman dita xeratriz.

2. Superficies regradas alabeadas (Non desenvolvibles)

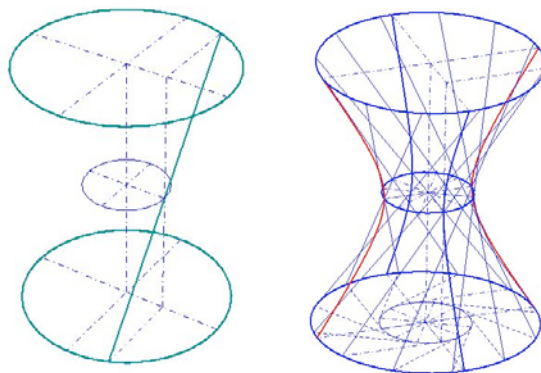
Non se poden desenvolver sobre un plano sen que se produza rotura ou deformación. Nesta unidade estudaranse as superficies que sexan máis útiles para o ámbito da enxeñaría civil.

- Hiperboloide regrado ou hiperboloide hiperbólico.
- Paraboloides regrados ou hiperbólicos.
- Conoide.
- Cono alabeado.
- Cilindroide.
- Helicoide alabeado de plano director.
- Helicoide empenado de cono director.
- Paso oblicuo ou corno de vaca.
- Capialzados.

2.1 Hiperboloide regrado o hiperbólico

Orixínase polo xiro dunha recta ao redor dun eixo, cruzándose con este. Tamén pode orixinarse pola revolución dunha hipérbola ao redor dun eixo.

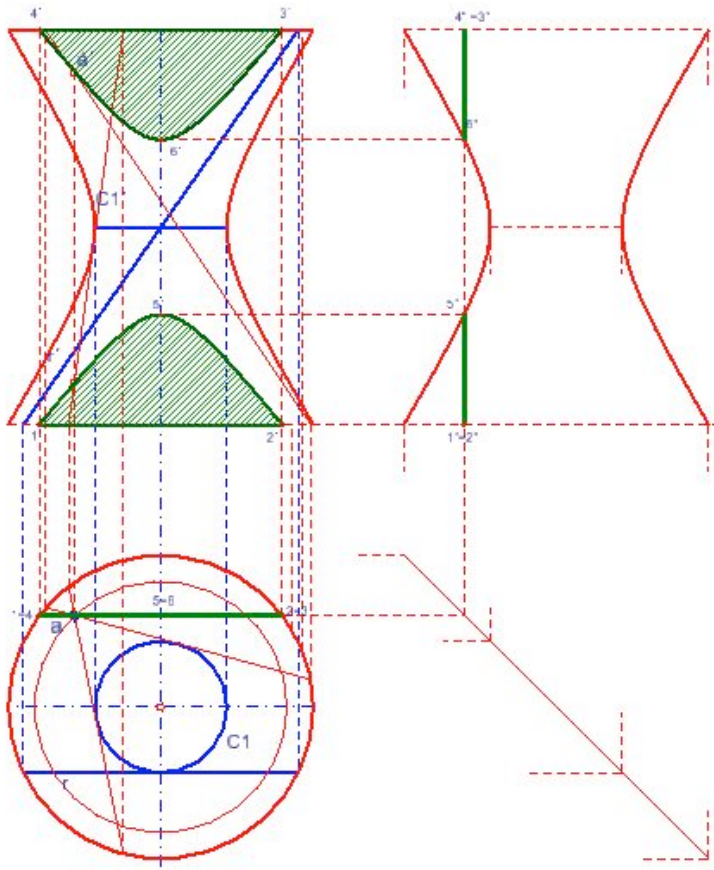
Imaxe 1: Hiperboloide regrado a) revolución recta; b) revolución hipérbola



Na imaxe 1a, pódese observar que ao xirar a recta AB ao redor do eixo describe circunferencias. A de menor raio é a chamada circunferencia de garganta.

Se se corta a superficie por un plano vertical vanse obter hipérbolas. Se se corta por planos horizontais obtéñense circunferencias. Entón, se queremos situar un punto na superficie do hiperboloide, bastará con facer pasar por ese punto planos horizontais e verticais e representar as curvas obtidas.

Imaxe 2: Situar punto en Hiperboloide Reglado



Así, como se pode observar na imaxe 2, para situar o punto A, do que só coñecemos a proxección horizontal, facemos pasar polo mesmo un plano vertical. Ao cortarse co contorno aparente da superficie dános en planta dous puntos, que se os levamos á proxección vertical darannos os vértices da hipérbola resultante da intersección. Ao levar o plano vertical ao perfil dános, sobre o contorno aparente do hiperboloide, a altura á que se atopa o vértice da hipérbola de intersección. Con eses tres puntos poderemos xa debuxar a curva de intersección onde se sitúa o punto A. A xeratriz que pasa polo punto A será a liña tanxente á circunferencia de garganta C1.

Un exemplo de aplicación desta superficie é a Catedral de Brasíla, construída en 1970. Ten unha altura de 40 metros, e o diámetro da súa base é de 70 metros, podendo acoller no seu interior a unhas 4.000 persoas.

Imaxe 3: Catedral de Brasilia

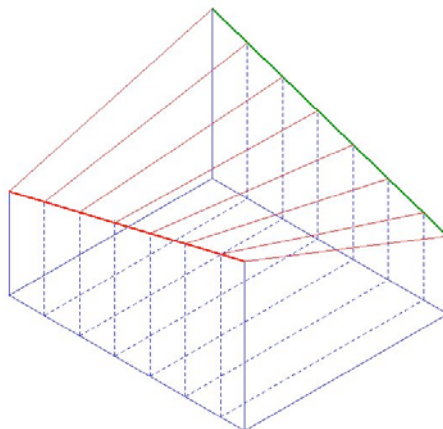


Fonte brasilia.jor.br

2.2. Paraboloide hiperbólico

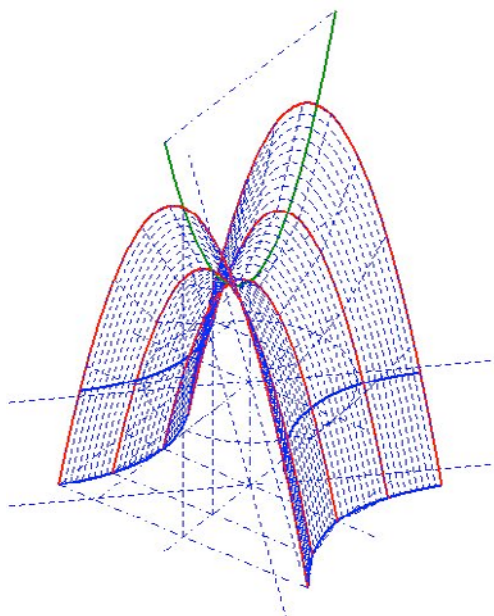
É unha superficie regrada de plano director, é dicir, unha das súas directrices é unha recta impropia e todas as xeratrices son paralelas aos planos que comparten dita directriz.

Imaxe 4: Paraboloide hiperbólico xerado como superficie regrada de plano director



Tamén se pode xerar polo desprazamento dunha parábola sobre outra parábola directriz. Ambas as parábolas teñen concavidades opostas.

Imaxe 5: Paraboloides hiperbólicos xerados por desplazamento dunha parábola sobre outra directriz

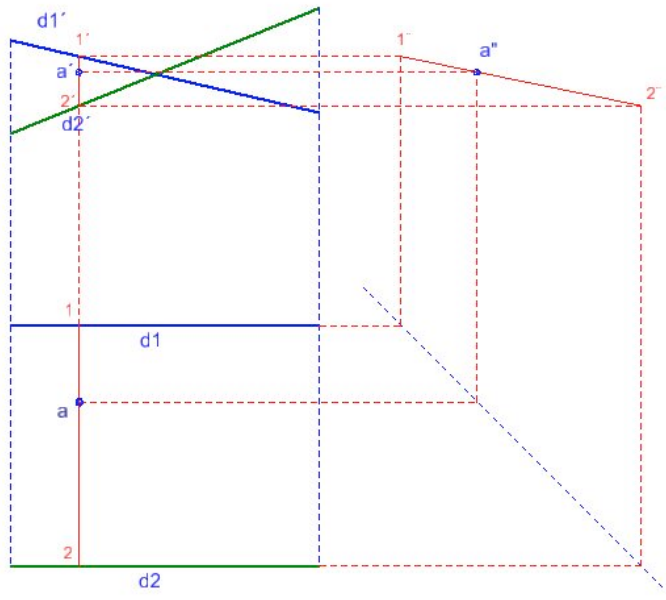


Observemos que se cortamos o paraboloides hiperbólico por un plano vertical obtemos parábolas. Pola contra, se o facemos por planos horizontais, obtemos hipérbolas.

Para situar un punto sobre esta superficie, bastará con facer pasar polo punto un plano vertical e obter así a xeratriz onde está situado, que serán rectas se estamos a traballar co paraboloides regrado, e parábolas se o facemos co paraboloides hiperbólico.

No caso do paraboloides regrado, o que facemos é pasar pola proxección horizontal do punto un plano de canto, obtendo deste xeito puntos de corte coas dúas rectas directrices. Levando estes puntos á proxección de perfil, obtemos despois a proxección vertical.

Imaxe 6: Achar proxeccións do punto A sobre un paraboloide regrado



Este tipo de superficie aparece en diversas construcións, por exemplo no Océanografic de Valencia, construído por Félix Candela en 2002.

Imaxe 7: Océanografic de Valencia (Candela, F. 2002)



Fonte: juntadeandalucia.es

Tamén a atopamos no Palacio de Xustiza de Antwerpen, de Richard Rogers. Cada cuberta está formada por catro paraboloides hiperbólicos situados sobre unha base cadrada.

Imaxe 8: Palacio de Xusticia de Antwerpen (Rogers, R. 1999)

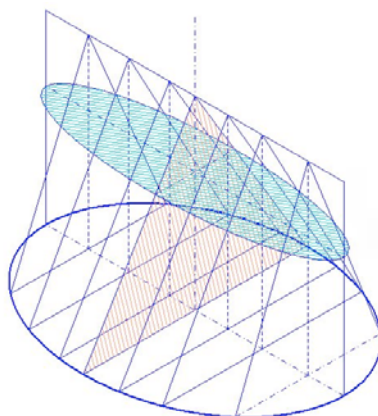


Fonte: juntadeandalucia.es

2.3. Conoide

É unha superficie regrada de plano director na que unha das directrices é unha recta e a outra unha curva. Todas as súas xeratrices son paralelas.

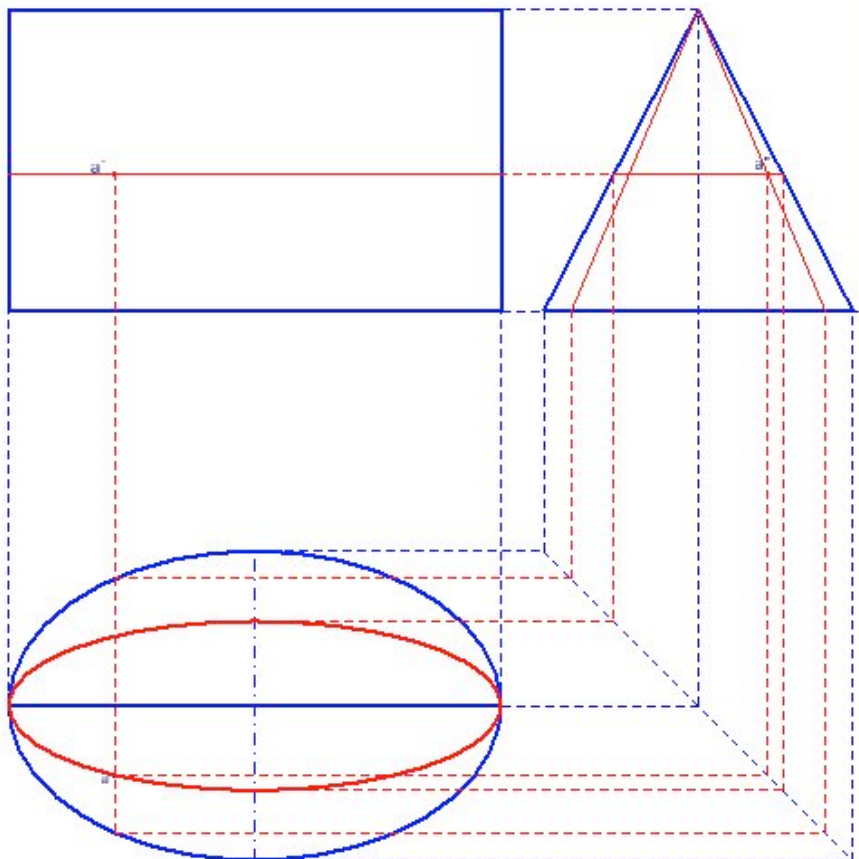
Imaxe 9: Conoide



Para obter xeratrices córtanse as directrices por planos verticais paralelos á dirección do plano director. As seccións obtidas ao cortar a superficie por planos verticais van ser rectas, e se a cortamos por planos horizontais a curva obtida vai depender da curva directriz. No caso da figura anterior obteríanse elipses.

Se queremos achar as proxeccións dun punto situado nesta superficie, procederemos a cortala por planos verticais, obtendo como intersección rectas tanto en proxección de perfil como en proxección vertical, nas que xa poderemos situar o punto.

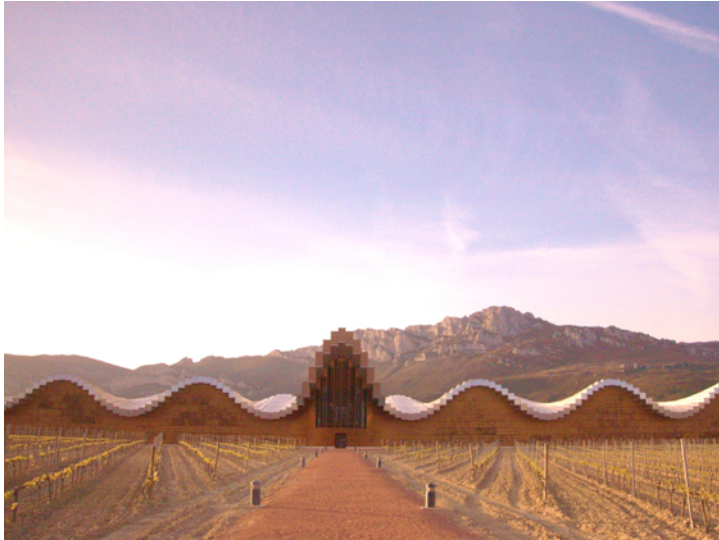
Imaxe 10: Achar proxeccións dun punto sobre un conoide



Na imaxe anterior, observamos que tamén se cortou o conoide por planos horizontais, obtendo como intersección en proxección horizontal unha elipse, xa que a curva directriz é unha elipse.

As superficies regradas de plano director son moi empregadas na Arquitectura moderna. Nas adegas Ysios situadas na Rioxá Arabesa, deseñadas por Santiago Calatrava, empréganse na cuberta este tipo de superficies.

Imaxe 11: Bodegas Ysios

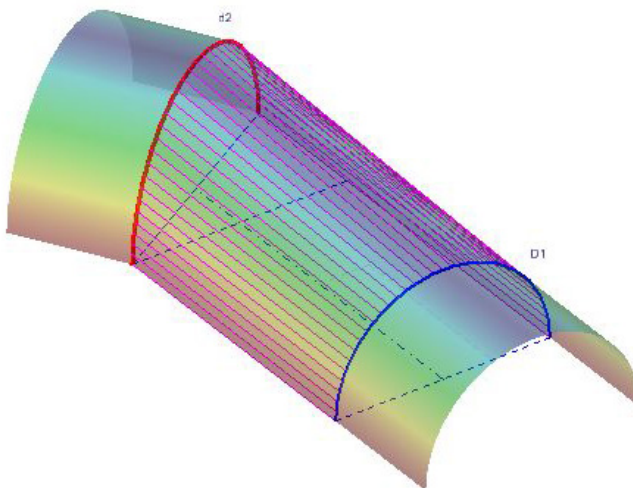


Ffotografía Eduardo Zurita

2.4. Cono alabeado

É unha superficie xerada por dúas curvas, que poden ser elípticas ou circulares, e situadas en distintos planos e que teñen como eixo a liña que une os centros de ambas as curvas.

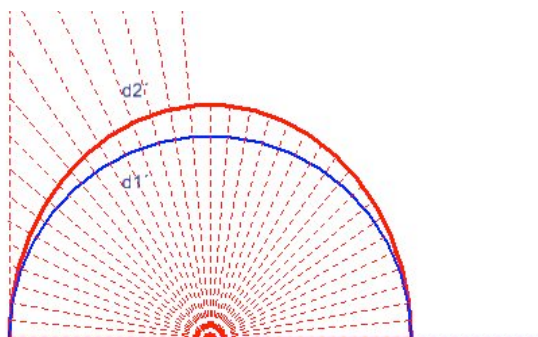
Imaxe 12: Cono empenado



Esta superficie adóitase empregar cando se ten que facer transicións entre tubaxes de distintas seccións, ou en transicións entre bóvedas de canón de distintas curvaturas.

A superficie xérase trazando unha radiación desde os extremos do eixo, co cal obtemos os puntos de intersección coas directrices $d1$ e $d2$. Unindo eses puntos de corte obteriamos as xeratrices.

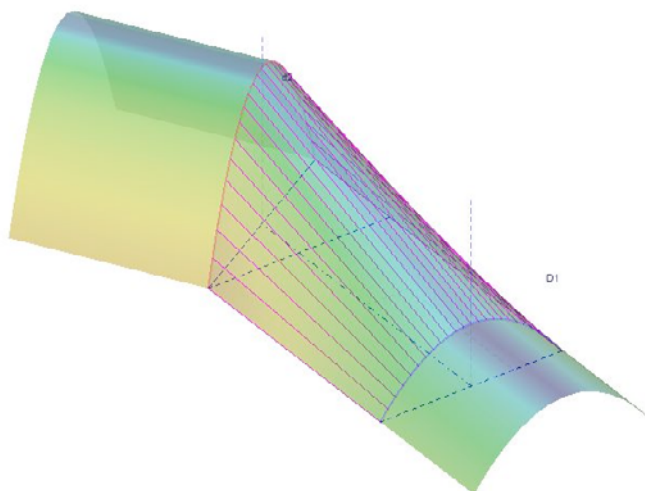
Imaxe 13: Obtención das xeratrices do cono alabeado. Vista en alzado



2.5. Cilindroide

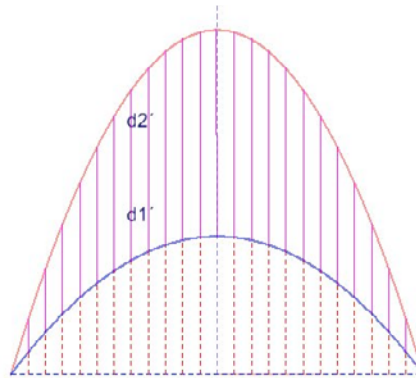
É unha superficie regrada de plano director, que ten como directrices dúas curvas planas ou alabeadas.

Imaxe 14: Cilindroide



Aínda que a súa representación en 3D sexa similar á anterior superficie, nesta superficie, ao ser de plano director, as xeratrices vanse a obter ao cortar as dúas directrices por planos paralelos ao devandito plano.

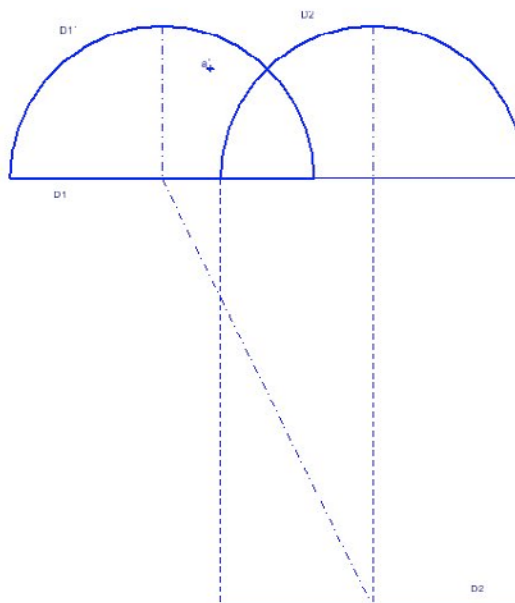
Imaxe 15: Obtención das xeratrices do cilindroide. Alzado



2.6. Paso oblicuo ou Corno de Vaca

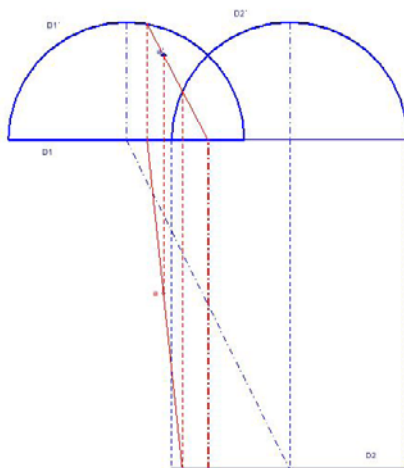
É unha superficie regrada que ten por directrices dúas semicircunferencias iguais do mesmo raio, situadas en planos paralelos, e unha recta perpendicular a ambas as trazada polo punto medio que une os centros das dúas curvas.

Imaxe 16: Paso oblicuo ou corno de vaca



Para achar a outra liña directriz, trazamos unha perpendicular aos planos que conteñen as curvas polo punto medio da liña que une os centros das semicircunferencias. As xeratrices áchanse trazando unha radiación na vista en alzado desde o extremo da liña directriz. Estas liñas radiadas van cortar as curvas en dous puntos, que serán os extremos das xeratrices. Imos facer este procedemento para achar a proxección horizontal do punto A.

Imaxe 17: Situar un punto nun paso oblicuo



Un exemplo do emprego desta superficie témolo na Porta de Bispo Aguirre da Muralla de Lugo.

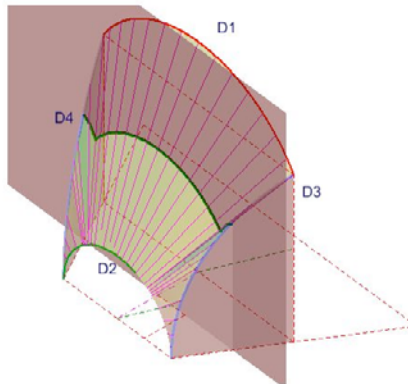
Imaxe 18: Porta de Obispo Aguirre. Muralla de Lugo (panoramio.es)



2.7. Capialzado de Marsella

Ten como directrices unha semicircunferencia e un arco de circunferencia situados en dous planos frontais paralelos e unha recta perpendicular que pasa polo centro da semicircunferencia.

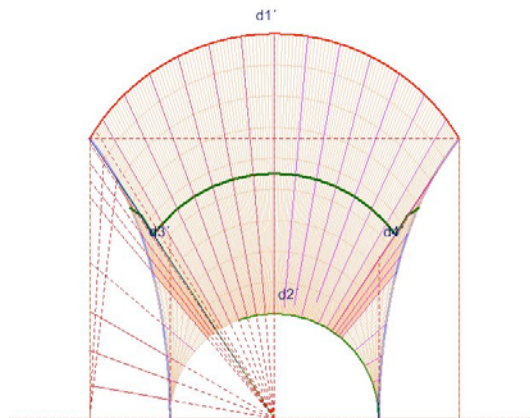
Imaxe 19: Capialzado de Marsella



Todas as xeratrices concorren cara ao centro do arco de menor raio. Determináanse mediante planos auxiliares que pasan polo eixo, cortando ás directrices curvas en dous puntos.

As directrices curvas d3 e d4 son parte doutras superficies reguladas empenadas, e cumpren a condición de ser tanxentes á superficie nas súas xeratrices máis extremas, é dicir, as que parten dos extremos do arco circular. Entón, unha vez achadas as xeratrices correspondentes á parte limitada polo arco circular, fariamos o mesmo procedemento coas directrices d3 e d4 e a semicircunferencia d2.

Imaxe 20: determinación de xeratrices nun capialzado de marsella

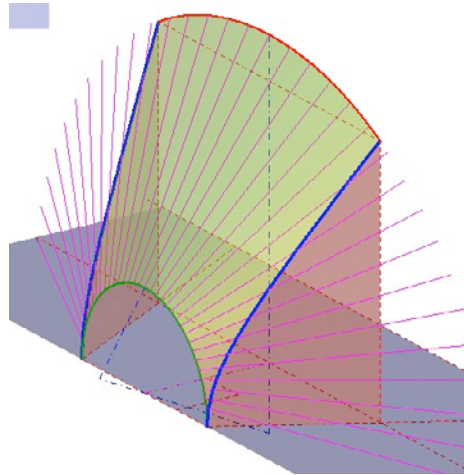


O capialzado de Marsella, do mesmo xeito que o resto de capialzados, utilízase en muros para realizar o derrame en ocros practicados. Deste xeito a entrada de luz é maior, ao ser o corte oblicuo ao material que se está traballando.

2.8. Capialzado cónico

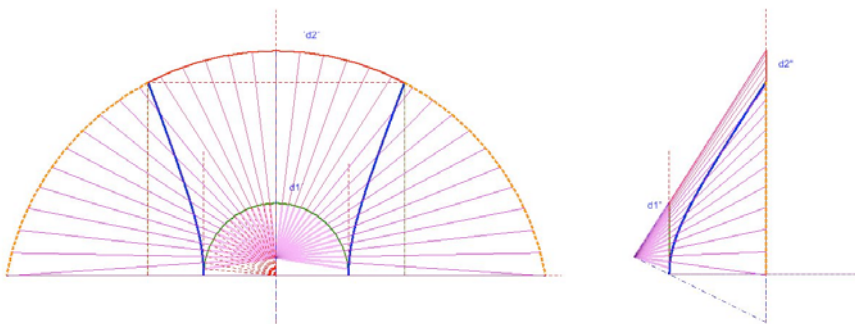
Nesta superficie, as súas directrices son tamén unha semicircunferencia e un arco circular. As súas xeratrices concorren cara ao vértice dun cono, que se obtén prolongando a liña que une os centros e unha liña tanxente á superficie.

Imaxe 21: Capialzado cónico



Para achar as xeratrices da superficie, realízase unha radiación desde o vértice do cono. Estas rectas cortan as directrices nos puntos polos que pasan as distintas xeratrices.

Imaxe 22: Obtención das xeneratrices no capialzado cónico. Alzado e perfil

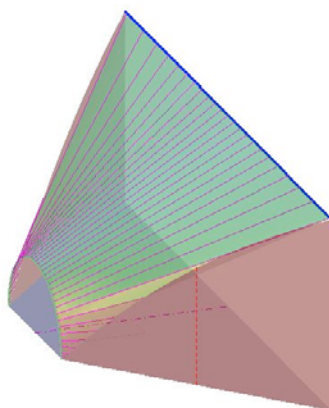


Como no caso anterior, é preciso dispor de dúas superficies regradas adicionais nos extremos da superficie xerada polas dúas directrices $d1$ e $d2$.

2.9. Capialzado de arco de círculo o de San Antonio

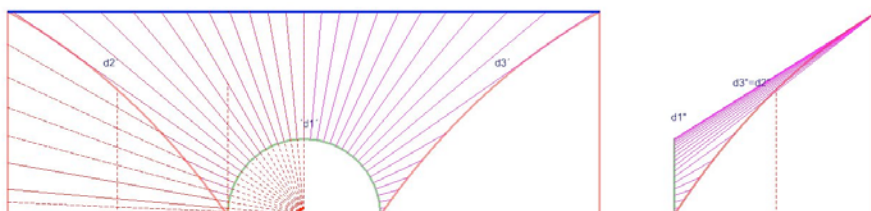
Esta superficie ten por directrices unha semicircunferencia e unha recta horizontal, ambas as situadas en planos frontais paralelos. É un caso especial do Capialzado de Marsella, considerando a recta directriz como unha circunferencia de radio infinito. Foi empregado por primeira vez no Arco de Triunfo de San Antonio, en París, de aí o seu nome.

Imaxe 23: Capialzado de Arco de Circulo ou de San Antonio



Para a obtención das xeratrices nesta superficie, se fan raios como liñas auxiliares desde o centro da semicircunferencia, uniendo os puntos de corte coas directrices.

Imaxe 24: Obtención das xeneratrices no Capialzado de arco de circulo ou de San Antonio



En Enxeñaría Civil empréganse tamén os capialzados. Son un tipo de superficies moi empregados na entrada de túneles.

Imaxe 25: Exemplo emprego de capialzados en Enxeñaría Civil.

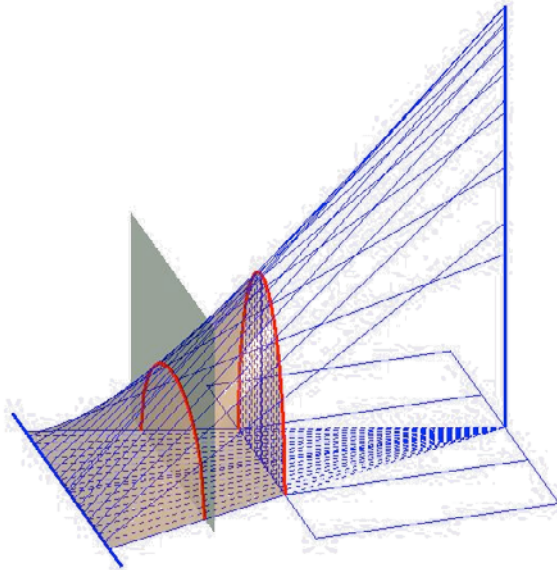


Fonte: www.adif.es

2.10. Tetraedroide

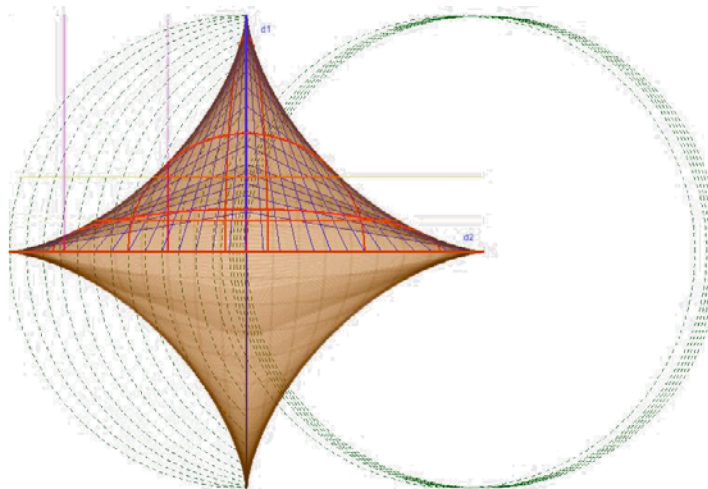
É unha superficie de cono director, procreada por unha recta que se move, de modo que os seus extremos apóianse en dúas rectas que se cruzan, ortogonalmente ou non.

Imaxe 26: Tetraedroide



Se as dúas rectas directrices son perpendiculares, as seccións obtidas ao cortar a superficie por planos frontais son elipses. Se o plano está situado no punto medio da liña que une ambas as directrices, a sección é unha semicircunferencia, como se pode observar na Imaxe 26.

Imaxe 27: Obtención das xeneratrices no tetraedroide



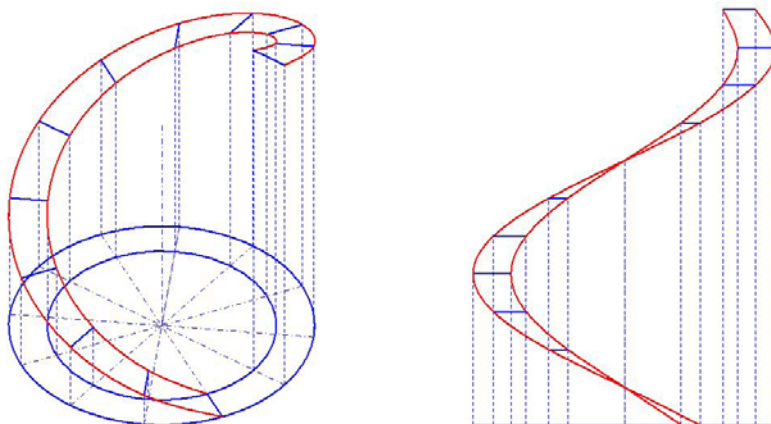
Para obter as xeratrices, desde o extremo da directriz d2 trázanse círculos de raio igual á metade da lonxitude da directriz. Os puntos de corte de devandito círculo coa directriz d1 únense cos extremos de d2. Do mesmo xeito, o punto central dos círculos trazados únense cos extremos de d1.

Os tetraedroides empréganse para cubertas, tanto industriais como en edificacións.

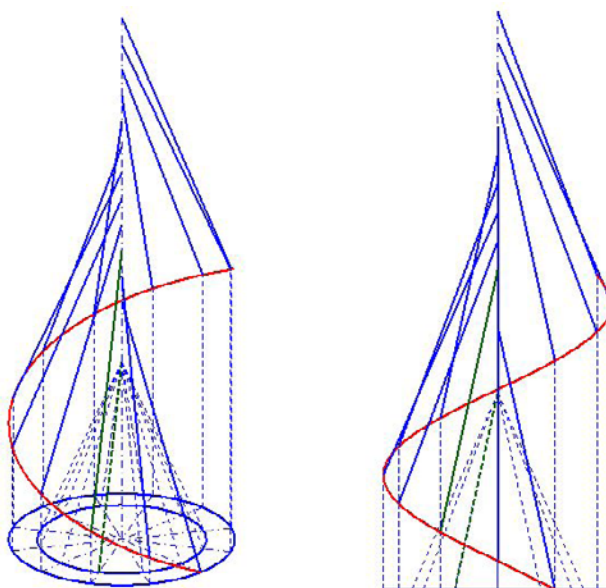
2.11. Helicoide alabeado

Nesta superficie unha das directrices é unha hélice. Como segunda directriz pódese tomar o eixo da hélice ou ben un cilindro de revolución que teña o mesmo eixo que esta. As xeratrices deben formar o mesmo ángulo respecto ao eixo da hélice. Se o ángulo é de 90° , o helicoide chámase recto ou de plano director. Se o ángulo non é recto, o helicoide chámase oblicuo ou de cono director.

Imaxe 28: Helicoide recto o de plano director



Imaxe 29: Helicoide oblicuo o de cono director



Os helicoides empréganse tanto en Enxeñaría Industrial (parafusos, resortes,...) como en Arquitectura ou Enxeñaría Civil (escaleiras, accesos a aparcamentos, ...)

BIBLIOGRAFÍA

GOMÍS MARTÍ, José María (1996): *Curvas y Superficies en Diseño de Ingeniería*, Valencia: Universidad Politécnica de Valencia.

IZQUIERDO ASENSÍ, Fernando (1985): *Geometría Descriptiva Superior y Aplicada*, Madrid: Editorial Dossat.

ZOIDO ZAMORA, Ramón J. (2008): *Curvas y Superficies en la Arquitectura*, Segundo Congreso Internacional de Matemáticas en Ingeniería y Arquitectura. Madrid del 7 al 11 de Abril de 2008.

TAIBO, A. (1983): *Geometría Descriptiva y sus Aplicaciones: Curvas y Superficies*, Ed. Tébar Flores.

<http://www.cadprojects.org>



Unha colección orientada a editar materiais docentes de calidade e pensada para apoiar o traballo do profesorado e do alumnado de todas as materias e titulacións da universidade

unidadesdidácticas
UNIVERSIDADE DE SANTIAGO DE COMPOSTELA